DELLA SCIENZA
TEORICA, E PRATICA
DELLA MODERNA MUSICA
LIBRO PRIMO.

OPERA

DEL P. F.

FRANCESCANTONIO VALLOTTI

MINOR CONVENTUALE

MAESTRO DI CAPPELLA NELLA BASILICA

DI

S. ANTONIO DI PADOVA.

IN PADOVA, MDCCLXXIX.

Nella Stamperia del Seminario.

Appresso GIOVANNI MANFRE.

CON LICENZA DE' SUPERIORI.

Philosophia indicare valet quid Musicam deceat.

Plutarch. Lib. de Musica.

ALL' EGREGIO CAVALIERE

D. FRANCESCO MARIA GRISELLA

COMMENDATORE DELLA SACRA RELIGIONE
ED ORDINE MILITARE
DE' SS. MAURIZIO, E LAZARO,
MARCHESE DI ROSIGNANO, CONTE DI CAMAGNA,
MONCUCCO, CUNICO, E MONTEMAGNO,
SIGNORE DI LIGNANO, POGLIANO, E VERGNANO,
E DE' CONSIGNORI D' ARAMENGO NEL CONTADO
DI COCONATO,
E GENTILUOMO DI CAMERA DI S. M.

IL RE DI SARDEGNA:

NOBILISSIMO PER SENSI
NON MENO CHE PER NASCITA,
CHE DI MOLTI POPOLI
VIDE E CONSIDERO'
LE LEGGI I COSTUMI I LAVORI,
NELLE ARTI DELLA GUERRA E DEL GABINETTO
DEL PARI SPERIMENTATO,
DELLE SCIENZE E DELLE ARTI
CONOSCITORE FINISSIMO,
DI GENIO E DI GUSTO IN OGNI COSA BELLA,
FAUTORE DE' DOTTI E DE' BUONI,
NEMICO DEL FUCO,
AMICO DEGLI UOMINI,
SIGNOR UMANO BENEFICO AMABILE

DONA, DEDICA, E CONSACRA

COME AD ANTICO PADRONE
LA SUA OPERA MUSICALE

F. FRANCESCANTONIO VALLOTTI
MIN. CONV.

PREFAZIONE.

IL desiderio di sapere non cessò mai di stimolarmi fino dal momento, in cui (posti in disparte gli altri studj) pel solo servigio della Chiesa tutto mi dedicai alla Musica. Non cessò, dissi, di stimolarmi allo studio, ed all' esame delle varie materie, e quistioni spettanti alla teorica, ed alla pratica, a misura che mi si affacciavano. Non ne stendevo però distinta memoria, atteso che m' ero proposto di confinar codesto studio nella sola mia istruzione; essendo noi già pur troppo affollati da Trattati, e Sistemi di Musica.

Siccome però in alcuni punti più importanti ho voluto sempre per maggior sicurezza conferire con alcune persone dotte nella Matematica, ed a sufficienza istruite nella Musica, che rigettate da prima le mie teorie, dopo un più maturo esame le hanno poi essi interamente approvate: e primo d' ogn' altro fu il chiarissimo Sig. Ab. Suzzi Professore di questa Università. Essendo ciò accaduto parecchie volte (persuasi ch' io fossi sul retto sentiere) non cessarono da poi di stimolarmi a proseguire.

A misura dunque che mi si affacciavano difficoltà da risolvere, proseguivo ad applicarci; ma nulla scrivevo, perchè sopra tutto mi stava a cuore l' ordine dei varj punti da trattarsi. Fui persuaso finalmenmente a ſtender in carta il prodotto de' miei ſtudj; ſecondando gl' impulſi d' un inſigne, e celebre Letterato (il P. Stellini) che deſideroſo di veder pubblicato il mio Siſtema, almeno in compendio, mi perſuaſe in oltre, che preparata la materia v' era il caſo poi di dare ad ogni coſa l' ordine neceſſario, e conveniente.

Stimolato finalmente con serietà da un dotto e gentiliſſimo Cavaliere mio diſtinto Padrone a determinarmi mentre tutt' ora mi faceva remora la copia dei Trattati che già abbiamo; tentando l' ultimo ſutterfugio, per quella ſteſſa via ch' io ſottrarmi credea, mi trovai impegnato in parola. Ecco la ſincera ſtoria: ed eccomi alla per fine in pubblico coi miei penſieri, qualunque ſi ſieno.

Fu maiſempre dagli antichi Filoſofi, principiando da Pitagora, tenuta in ſommo pregio, ed annoverata alle Scienze matematiche la Muſica: la qual coſa non può negarſi, e ſarebbe ſomma arditezza il ſolo dubitarne. Nondimeno a' giorni noſtri ben diverſamente ſi penſa, ſi parla, e ſi ſcrive della Muſica. Queſta non è più una Scienza (ſe ſi vogliano aſcoltare) non ha che fare colla Matematica: *è un arte di puro genio, nè ha fondamento alcuno, ſe non ſe nella pratica.*

Ma d' onde mai tale metamorfoſi? Parmi ſenz' altro di ravviſarne l' origine, anzi la vera ſorgente. Un celebre, e rinomato Filoſofo (*a*) bello ſpirito che motteggia, per mio credere, dice (*b*): *Non imitiamo que' Muſici, che credendoſi Geometri, o que' Geometri, che credendo d' eſſer Muſici, ammaſſano numeri ſopra numeri, immaginandoſi forſe, che queſt' apparato è ne-*

(*a*) Mr. d' Alembert.
(*b*) Pref. agli Elem. di Muſica. Lione 1766.

necessario all' Arte. La brama di dar alle sue produzioni un aspetto scientifico, impone solamente agl' ignoranti, e non serve che a render i loro Trattati più oscuri, e meno istruttivi.

Per condannare il solo abuso de' numeri (come vogliono i suoi difensori) sembrami che troppo abbia detto, e l' effetto lo prova; imperciocchè con tali sentimenti graziosamente espressi, l' Autore ha forza di scuotere e risvegliar Professori di Musica, li quali non ne sapendo più che tanto, trascrivono il bel motto, e passan tosto a dar precetti pratici, fievoli, superfiziali, ed insussistenti: con cui però non giungeranno mai ad imporre a chiunque ne sa, ed è sul retto sentiero. Ma guai alla Gioventù, cui capitano alle mani tali precetti.

Molti però di essi più discreti, si contengono come far sogliono i meccanici, li quali conoscendo per pratica la forza della Leva, della Carrucola, dell' Argano ecc. se ne vagliono utilmente nelle di loro operazioni, rimettendone ai Matematici la spiegazione, e la dimostrazione, onde gli effetti nascono. Approvo per tanto il metodo di quegli Autori, li quali essendosi impegnati a scrivere col solo fine d' istruire i loro giovani Scolari, per la via più compendiosa nella Pratica, si sono perciò astenuti da qualunque dottrina scientifica: sostituendovi osservazioni, e ragionamenti facili, sempre a portata del debole intendimento dei principianti.

Ed essendo quel bello spirito giustamente stimato, e rispettato fra i dotti, non mancherà il Matematico novizio nella Musica, che (affettando d' andar del pari, ed anche di sorpassarlo) col far man bassa s' adoprerà a tutta possa di atterrare tutti li più sodi

fon-

fondamenti e teorici, e pratici della Musica stessa; ma non troverà poi seguaci, nè la sua scuola avrà proseliti. Dico bensì che se vivesse il dottissimo Marco Meibomio, non potrebbe trattenersi di ripetere ciò che già scrisse (*c*): *Fateor non tantum me miratum ex celeberrimo orbis terrarum loco.... tantum ineptiarum adferri potuisse, sed etiam a tantæ famæ viro. Quod si ita pergatur..... converso rerum ordine barbariem ex Italia politissimæ gentis sede, in omnem Europam diffusam videbimus.*

Non ardisco però promettermi di far argine al torrente che furibondo scorre; ma col maggior mio vigore m' adoprerò, affine di scemarne almeno i danni. E con tanto maggior vigore m' adoprerò, quanto grande presso tutti è la stima, e la riputazione che giustamente gode quel bello spirito. Non tutti certamente crederanno, come io lo credo e tengo per fermo, ch' egli abbia scritto in tal guisa, per vivacità di spirito, *par saillie* direbbe un Francese. Quindi maggiore si fa il pericolo; e perciò secondando il prudente parere di M^r^. J. A. Serre (*d*) conviene scuotersi, e far palese la debolezza, e l' insussistenza insieme dell' espressione, e del sentimento.

La Musica è una Scienza all' Aritmetica immediatamente subordinata; cosa nota notissima. Qual maraviglia sia dunque, che all' occorrenza s' ammassino numeri sopra numeri? sono questi li proprj suoi materiali. Bello sarebbe, che un consimile rimprovero si facesse a chiunque tratta l' Algebra, perchè scioglie i suoi problemi col mezzo di lettere sopra lettere,

e se-

(*c*) Nella pref. alla traduz. dei 7. Autori Greci di Mus.
(*d*) Osserv. prelim. pag. 78. n. 162. e seguenti.

e segni sopra segni. Chi non gl' intende, se pur non li disprezza, certamente non li cura: ed è finita. Lo stesso facciasi rispetto alla Musica, già che dal non intender que' tali numeri nel loro spirito e forza nasce tutto il romore.

Io dunque non m' asterrò dal metterli in opra qualunque volta se ne presenti il bisogno; non affettando già di comparir Geometra, ma sol tanto per isspiegare, e metter in chiaro la teoria della Musica. In fatto si tratta di ragioni e proporzioni: di varie operazioni aritmetiche: di serie e progressioni, ec. ec. Tutto ciò richiede certamente e numeri e calcoli e segni: come dunque farne a meno?

Scherzi per tanto a suo talento quel bello spirito: se ne faccia pure scudo il pratico professore: e se ne formi scimitarra quel tal matematico per tutto distruggere, e far della Musica un Caos; mentre noi seguendo le traccie di Claudio Tolommeo, di Severino Boezio, ed altri simili Autori, s' adopreremo a stabilire, ed a conservar la Musica nel suo diritto di scienza matematica.

Si tratterà dunque delle varie proporzioni onde derivano le consonanze, e le dissonanze. Delle consonanze si stabilirà il vero principio, e la cagione, ed il giusto confine. Sarà rischiarata la natura delle dissonanze nella loro origine ed estensione. Si rileverà che la proporzione armonica è nella Musica la dominante; e l' aritmetica solamente come accessoria, e non senza artifizio ha luogo nell' armonia consonante: vale a dire, invertendo l' ordine armonico e naturale, così che delle due ragioni la minore si trasferisca nel grave. Che la proporzione geometrica stende ampiamente li suoi confini nella Musica. Che alcune leggi dell' Aritmetica nella Musica non si veggono, ecc. ecc. e tutto ciò sarà provato con le più forti, ed efficaci ragioni.

Mi studierò poi tutta la maggiore chiarezza; pel qual effetto trascurando la più pulita dicitura, m' adoprerò sol tanto a scriver in modo d' essere da chiunque ben inteso. Tanto più che ben può dirsi della Musica ciò, che dell' Astronomia disse già Manilio (*e*): *Ornari res ipsa negat, contenta doceri*. E mi viene in acconcio altresì la sentenza di Seneca (*f*) in questo proposito: *Quæ veritati operam dat Oratio incomposita debet esse, & simplex*. Nè minore stimolo mi porge un celebre moderno filosofo (g), che in tali termini si esprime: *Il primo dovere della Filosofia è d' istruire; la sua eloquenza è la precisione, ed il suo ornamento* (sa parure) *è la verità*.

Non iscrivo certamente per uno spirito di partito, mentre posso dire con Seneca (*h*): *Non me cuiquam mancipavi, nullius nomen fero: multum magnorum virorum judicio credo: aliquid & meo vindico*. La sola verità mi sta a cuore. Non m' appoggio ad Ipotesi di sorte alcuna, e m' attengo sempre al reale. Ammiro li molti fenomeni della corda sonora; ma non li considero già quasi fossero tante ragioni e prove da farne fondamento. Quello in ispezie della risonanza d' $\frac{1}{3}$, e d' $\frac{1}{5}$, siccome va accompagnato da tutti quelli delle rimanenti aliquote della stessa corda, non mi fa prova alcuna, nè può farne. Si rilevano le due accennate aliquote, perciocchè non equisone del suono princi-

cipa-

(*e*) Astron. lib. 3. v. 39.
(*f*) Epist. 40.
(*g*) Mr. d' Alembert.
(*h*) Epist. 45.

cipale, e più robuste delle susseguenti più acute, e più languide: non per altro.

Quanto poi al terzo suono avvertito, e scoperto dal nostro Sig. Tartini (non già in Francia (*i*), dove da molti si contrasta del primato nella scoperta) dico che non ha forza, nè luogo, per assegnar il principio dell' armonia. Serve sol tanto per comprovare la base delle consonanze, che derivano dalla divisione del consonante accordo, cioè della Quarta, Terza minore, e delle due Seste: come che non dirette alla base. Intendo però, che non si parta dal Modo maggiore; perchè nel minore non fa giuoco, nè può farlo, atteso che l' armonia naturale per ogni conto si manifesta appoggiata al Modo maggiore. Quindi per necessaria conseguenza convien dire, e concedere, che senza artifizio non può formarsi nè armonia, nè modo di Terza minore.

Qualunque volta parlo di cose lette, ed osservate negli Autori da me veduti, sol tanto che m' abbiano aperta la strada ad ulterior indagine, io gli accenno, e do loro la meritata lode, poichè sono d' uniforme parere con Jamblico (*l*) ove dice che: *Maximæ iniquitatis opus est auferre scriptori gloriam, quæ ad ipsum*

 per-

(*i*) Avanti la pubblicazione del suo Trattato, fuori di Padova niuno n' ebbe alcun sentore, eccettuatine li suoi Scolari: fra i quali alcuni Francesi. Ma quando che vide il Sig. Tartini il libro di M^r. Serre (*) si scosse, e meco si dolse, che altri si spacciassero per primi scopritori di questo fenomeno. Se io avessi veduto il suo libro avanti la stampa, lo avrei consigliato a non far uso d' una inopportuna modestia, e a dichiararsi apertamente egli stesso lo scopritore. Ora il suo silenzio lo ha tradito, ed altri si sono pubblicati benemeriti della scoperta. Quindi si conferma che, non sempre quello che primo stampa, delle cose pubblicate è il primo Autore.

(*) Observ. sur les princ. de l' harm. pag. 87.

(*l*) In Nicom. arithm. pag. 4.

pertineat. Ma poi confeſſo ingenuamente, che delle coſe col mio ſtudio, e colle mie rifleſſioni ſcoperte, ſe talvolta le ho trovate poi in alcuni Autori, me ne ſon compiaciuto, ma non ho già annoverati quelli a' miei maeſtri. Oſſervo poi generalmente praticato dagli Autori di Muſica il ſegno ×, che bene ſpeſſo rieſce equivoco. Io ſoglio ſcriver le ragioni a forma di frazioni, rimanendo in tal guiſa ſpecificato l'antecedente e 'l conſeguente; e perciò faccio uſo dei noti ſegni + *più*, e − *meno*: e talvolta di ambidue inſieme ±, come che opportuni per ſegnare delle ragioni la ſomma, e la ſottrazione inſieme: quantunque facciansi queſte due operazioni moltiplicando, e dividendo. Non così procede però l' affare, ove trattaſi delle ſemplici frazioni della Serie armonica, come ſi vedrà nei Capp. III. e V.

Chiedo, che mi ſi conceda di chiamar per ſempre F, fa, ut, il ſuono dell' intera corda, e ciò non ſenza ragione; mentre eſaminata la quarta $\frac{8}{11}$, ch' è propria della ſcala della corda ſonora (*m*) a fronte della quarta minore $\frac{3}{4}$, e della maggiore $\frac{32}{45}$, ſcuopreſi che quella (l' armonica) ha minor differenza riſpetto alla maggiore, che non alla minore, come qui ſi fa paleſe.

$$\frac{8}{11} - \frac{3}{4} = \frac{32}{33}. \quad \Big\| \quad \frac{32}{45} - \frac{8}{11} = \frac{352}{360}\ (8)\ \frac{44}{45}.$$

In tal guiſa, e per queſta ragione rimane fiſſato il ſuono a qualunque occorrente numero della ſerie armonica, come ſi vede nella tavola qui appreſſo: ove con tutta facilità poſſono rilevarſi anche li ſuoni de' numeri più compoſti. Il principal fine di queſta tavola ſi è d'indicare i ſuoni delli 12. diverſi taſti dell' intera

ra

(*m*) V. Cap. XLVIII.

ra Ottava (7. lunghi e 5. corti) segnati al di sopra colle lettere majuscole. Gli altri numeri aggiunti, che non han luogo nella nostra scala, cioè 7. 11. 13. 17. 19. sono segnati con lettere al di sotto, e queste accompagnate tutte da una virgola a canto; la quale essendo discendente vuol dire, che il numero indica un suono mancante; che se la virgola trovasi ascendente vuol dire, che il suono è crescente. Delli tre primi numeri 7. 11. 13. se ne parla in più luoghi di questo Lib. I. E per ogni conto li due susseguenti 17. 19. non devono trascurarsi, per esser il 17. mezzo armonico diretto ed immediato del tuono maggiore $\frac{8}{9}$, ed il 19. mezzo armonico del tuono minore $\frac{9}{10}$.

Ho diminuite al possibile le figure in note, affine di diminuir insieme la moltiplicità delle tavole in rame, le quali non poco aumentano la spesa all' autore, ed al compratore. Soglio dunque indicar i suoni col mezzo delle lettere musicali A. B. C. D. E. F. G. sempre majuscole; e li corrispondenti suoni facili a rilevarsi, colle stesse lettere accompagnate da numeri che li mostrano, per così dire, a dito: e per lo più sono li numeratori ascendenti. Con questo spediente lascio insiememente ciascheduno in libertà di appigliarsi a qualunque dei due solfeggi, l' italiano, o l' oltramontano. Alcune cose poi saranno dette, ed appostatamente ridette, cioè le più necessarie da avvertirsi, cui non senza ragione credo che convenga appunto la sentenza di Cicerone (*n*), che in questi termini chiaramente si esprime: *Quod etsi sæpe dictum est, dicendum tamen est sæpius*.

In questo Primo Libro si tratta solamente della Musica Scientifica, base, e fondamento della Pratica ben regolata. Nel II. che non molto dopo di questo si darà

alla

(*n*) Lib. 3. Offic. c. 17.

alla luce, si tratterà degli Elementi pratici della Musica; dei materiali però e più noti, alla sfuggita: dei più importanti, più diffusamente; e tali sono il temperamento, le scale, le cadenze, i Modi armoniali, e li Corali, cioè gli Ecclesiastici, ecc. Nel III. poi si daranno le regole, e precetti del Contrappunto, ovvero sia del modo di ben comporre. E se dagli amatori della Musica saranno favorevolmente accolti li tre mentovati Libri, vi si aggiungerà anche il IV. in cui si darà un metodo ragionato di ben accompagnare con lo Strumento da tastatura.

DEFINIZIONE,
O
SPIEGAZIONE DE' TERMINI.

A

ACCORDO. E' un composto di quattro suoni, cioè Base, 3.ª, 5.ª, e 8.ª. Quattro sono dunque le parti integrali d' un accordo distinte in due mezzi fra due estremi. Egli è questo l'accordo fondamentale, di prima armonia, ed originario, che può anche chiamarsi *unito*, perciò che ha la propria Base nel grave.

Accordo disgiunto, o *diviso*, è quello, in cui uno dei due mezzi ne forma il grave, essendo la vera base rappresentata, e per replicazione indicata dalla stessa lettera musicale: così che se la prima parte di mezzo, la 3.ª, ne forma il grave, sarà dalla *6.ª* rappresentata la base, e ne vien quindi formata la 3.ª armonia. Che se con ulterior progresso la 2.ª parte di mezzo, la 5.ª, ne formi il grave, in tal caso dalla 4.ª ne vien rappresentata la base, e ne sorge la 3.ª armonia. Dunque d' un solo accordo si danno tre diverse armonie risguardanti una sola base. Non è perciò ben detto: p.ª, 2.ª, e terza base; tre suoni diversi possono bensì formar il *grave* d' uno stesso accordo; uno solo però ne forma la vera base.

Accordo consonante è quello, le cui parti integrali sono tutte consonanti; nè vale la giunta d' una, o più dissonanze a render dissonante un accordo.

Accordo dissonante è quello, di cui una, o più delle parti integrali sono dissonanti. Tali sono quelli di 5.ª eccedente, e di 5.ª minore, fra le cui parti integrali può aver luogo la 3.ª diminuita.

Accordo falso (*faux accord*) è un nome abusivo, che non può aver luogo in qualunque componimento fatto con le buone leggi del contrappunto.

ACCIDENTI. Sono tre figure nella musica, destinate ad accrescere, o diminuire, o ripristinare le naturali intonazioni allorchè sono sparse nei componimenti. Ma quando vengon fissati

alla

alla chiave, rappresentano le naturali maggiori o minori intonazioni del rispettivo Modo, qualunque siasi.

ARMONIA in genere significa presso i moderni un complesso di più voci o suoni, gravi e acuti, che si odono a un tempo stesso; e perciò si chiama anche *simultanea*.

Armonia semplice, piana, e naturale, è lo stesso che contrappunto di note d' ugual valore.

Armonia artifiziosa è quella formata e composta di varie figure, e cantilene diverse.

Armonia d' un componimento è il risultato di varj successivi accordi e consonanti e dissonanti, con l' aggiunta delle opportune dissonanze ove occorra; vale a dire d' una ben condotta modulazione; di naturali, e non isforzate cantilene; di artifizj che non distruggano le prime, e più semplici leggi del contrappunto.

B

BASE. E' il suono grave di qualunque accordo consonante, o dissonante, cioè quello che direttamente ne regge la prima armonia. (Non deve però confondersi la *base* col *grave*.) Il grave della 2.ª, e della 3.ª armonia d' un accordo non è, nè può esserne la base. Così una dissonanza riversata forma bensì il grave in un accordo, ma gli ripugna poi l' esserne base. In tal modo però l' intendevano i vecchi professori, e quindi l' origine dei loro errori nella teorica.

BASSO FONDAMENTALE. All' accordo solamente di 3.ª maggiore si restringe il B. F. di M.r Rameau, atteso che tutto s' appoggia alla risonanza della corda sonora, che di sua natura dà il modo maggiore. La nostra *Base*, pel contrario, si stende a qualunque accordo di 3.ª maggiore, o di 3.ª minore: consonante o dissonante, non solo per dissonanza aggiunta, ma dissonante anche per se stesso, come sono quelli di 5.ª eccedente, o 5.ª minore di qualunque specie. V. Lib. I. Capp. XXVII. e XXVIII.

Basso d' una data ragione. Questo è il terzo suono scoperto dal Sig. Tartini, che mentre suppone costantemente anch' esso il solo Modo maggiore, ne rimane perciò totalmente escluso il minore; quindi è che il 3º. suono non può fissare, nè indicar la vera base di ogni, e qualunque accordo.

Basso continuo. E' lo stesso che un Basso cantante, colla sola differenza, che questo deve avere le sue convenienti pause. Pel rimanenmanente l' uno e l' altro convengono nell' esser formati, e composti di basi, parti di mezzo dell' accordo, e dissonanze riversate di ogni genere.

B MOLLE. Figura accidentale destinata a degradar d' un semituono l' intonazione naturale d' una nota: ed è questo il principal fine della sua istituzione. Fissato però alla chiave, assume in oltre le veci del B quadro, rappresentando egli in tal posizione l' intonazione naturale dovuta al dato trasporto del Modo. Quindi è che un tal B molle deve alterarsi col diesis, e questo poi togliersi, ed annullarsi con lo stesso B molle, che rientrando nei diritti del B quadrato, ha forza di ripristinare la naturale intonazione.

B QUADRO. Figura accidentale destinata a rappresentare, e segnar l' intonazione naturale. Quindi è che nei Modi naturali, e primitivi devono supporsi tutte le sette lettere, o posizioni musicali segnate di B quadro alla chiave; e perciò le naturali intonazioni si diminuiscono col B molle: si alterano col diesis; e col B quadro queste e quelle si restituiscono allo stato loro naturale.

C

C*ADENZA*. Varie ve ne sono frà loro diverse nella Musica. V. Lib. II. Corrispondono queste alle varie pose dell' Orazione, indicate dal punto, due punti, punto e virgola, e virgola sola.

CHIAVE. Qualunque delle 7. Lettere Musicali fissata ad una riga, o spazio sarebbe una Chiave. L' uso però, avvalorato dalla ragione, a tre solamente le restringe, cioè F. C. G. Vedi Lib. II.

Chiave di lettura è una chiave senza diesis, o B molli, che dimostra nei Modi trasportati, quale sia il Modo suo naturale: per uso e comodo del solfeggio.

CONSONANZA. Termine relativo alla grata sensazione prodotta da due, o più suoni consonanti. Per uso comune, ed inveterato ciò non ostante si chiama consonanza il termine acuto qualunque siasi che unitamente col grave produce una grata sensazione, v. gr. la 3.ª, la 5.ª ecc.

CROMATICO è il nome d' uno dei tre Generi della Musica Greca.

Cromatico intervallo nella moderna Musica si dice degli eccedenti, detti superflui, e degli diminuiti. Nella prima classe v' è una 2.ª, una 5.ª, ed una 6.ª; nella seconda v' è una 3.ª, una 4.ª, ed una 7.ª.

Cromatici tasti non si trovano nel Clavicembalo, o nell' Organo. E perciò gl' intervalli maggiori, e minori che di sua natura sono diatonici tali rimangono anche eseguiti coi tasti corti.

D

DISSONANZA. Termine relativo alla molesta sensazione prodotta da due, o più suoni dissonanti; nondimeno chiamasi dissonanza il termine acuto, qualunque siasi, che col grave dissuona, v. gr. la 7.ª, la 9.ª ecc.

DISCORDANZA. Termine fissato alle dissonanze passaggere, le quali con disadatta espressione sogliono chiamarsi *Note cattive*. Le discordanze non soggiacciono alle leggi delle dissonanze, attesochè hanno luogo solamente nei minimi tempi della battuta; laddove le vere dissonanze, vengono in uso nei tempi primarj, che alcuni chiamano *tempi forti*.

DIESIS è nella Musica una figura accidentale destinata ad aumentare d' un semituono l' intonazione naturale d' una nota: ed è questo il principal fine della sua istituzione. Fissato però alla chiave (come si disse già del B molle) assume in oltre le veci del B quadro, rappresentando egli l' intonazione dovuta al dato trasporto del Modo. Quindi è che un tale Diesis deve diminuirsi col B molle, e questo poi togliersi con lo stesso Diesis, che rientrando nei diritti del B quadro, ha forza di ripristinare la naturale intonazione.

Diesis enarmonico è un nome vano, e vuoto di buon senso nella moderna Musica. La figura è una croce formata da due linee obliquamente intrecciate come a dire in simiglianza d' una croce di S. Andrea ×; e con ciò si vuol dire che l' intonazione cresce d' un quarto di tuono. L' abuso di codesta figura vieppiù si rileverà parlando del Genere enarmonico.

E

ELEMENTI DELL' ARMONIA sono le sole consonanze, le quali tutte derivano da 1. $\frac{1}{3}$. $\frac{1}{5}$. Le dissonanze, che ad arbitrio vi si aggiungono, sono parti accidentali, ed estranee artifiziosamente introdotte.

ELEMENTI DELLA MELODIA sono le rispettive Scale dei varj Modi, o armoniali, o Corali, o naturali, o trasportati.

EQUISONO. Tutti li suoni in 8.ª, in 15.ª ecc. si chiamano equisoni, attesa una tal simiglianza fra essi, e l' Unisono, quale si scorge fra l' oggetto, e la sua immagine nello specchio. Li Greci li chiamavano *parasoni*. Dall' equisonanza derivano appunto le replicazioni, e l' approssimazione degl' intervalli, non meno dissonanti, che consonanti; e dallo stesso fonte vengono originate certe singolarità nella Musica relativamente alla proporzione geometrica.

EQUIVOCI TASTI nel Cembalo, e nell' Organo si dicono tutti quelli, che servono, o servir possono a più d'una ragione, v. gr. alla *6.ª* minore, ed alla 5.ª eccedente: alla *6.ª* maggiore, ed alla 7.ª diminuita, ecc. V. Lib. II. Cap. XVI.

F

FRAZIONE è una, o più parti del tutto: ed è perciò una cosa sola. Che se poi una Ragione venga espressa a guisa di frazione (come bene spesso suol praticarsi) consta in tal caso di antecedente, e conseguente, ed è perciò tutt' altro che frazione. V. Cap. VII.

Frazione armonica si dice di qualunque termine della Serie di questo nome, la quale porta costantemente l' Unità per numeratore, come $\frac{1}{2}.\frac{1}{3}.\frac{1}{5}.\frac{1}{7}$. ecc. Quindi sarà chiesto, (dom. 3.) che li numeri in ordine diretto sieno intesi per numeri armonici, vale a dire, numeri della Serie armonica.

G

GENERE nella Musica è un Sistema, che dipende dalla varia divisione della *Diatessaron* (la Quarta), e sono tre presso i Greci, cioè Diatonico, Cromatico, ed Enarmonico.

GRADO. Distanza d' un suono dal suo vicino, e sono in numero quanti sono li tuoni, e li semituoni.

Gradi d' intonazione: son essi in numero quante rispettivamente sono le lettere musicali, che compongono un dato intervallo. Così F. G𝄪, due lettere contigue formano una 2.ª mentre F, Ab, tre lettere, formano una 3.ª poichè ognuno sa, che il G si suppone fra F, ed A. Un altro esempio sia, che mentre C, A✕ è una 6.ª, C, Bb, è una 7.ª; atteso che quella abbraccia sei lettere solamente, e questa sette. Per questa via molti equivoci si dileguano, che all' imperita Gioventù sogliono riuscir molesti.

GRAVE: non è termine sinonimo di Base. Questa direttamente regge la triplice armonia dell' accordo, e qualunque dissonanza siavi annessa. Al Grave artifiziosamente può recarsi qualunque parte consonante, o dissonante del complesso, come tutto dì avviene; ma una sola Base deve sempre riconoscersi.

I

INTERVALLO è la distanza fra due Voci, l' una grave, e l' altra acuta; e però tanti sono gl' intervalli, quante posson essere le distanze. Quindi gl' intervalli di 2.ª, 3.ª, 4.ª ecc.

Intervallo primario è quello, la cui Ragione vien espressa da numeri più semplici, rispetto al suo complemento. Così la 5.ª $\frac{2}{3}$ è l' intervallo primario relativamente alla 4.ª $\frac{3}{4}$. ecc.

Intervallo diretto si dice esser quello ch' essendo prossimo alla base ha luogo nella prima armonia: tali sono le 3.ᵉ per es. C, E. ovvero A, C.

Intervallo maggiore è quello, che cresce rispetto al minore omologo nella parte grave, o nell' acuta: come la 7.ª maggiore C, B♮.

Intervallo minore: quello, ch' è mancante nel grave, o nell' acuto rispetto al suo maggiore: come C✕, B. ovvero C, Bb.

Intervallo eccedente è quello che cresce nel grave insieme e nell' acuto: come C, A✕. o F, D✕.

Intervallo diminuito è quello ch' è mancante tanto nel grave, che nell' acuto: come C✕, Bb. o F✕, Eb.

INTONAZIONE. Nell' Ottava le intonazioni Do, Re, Mi, Fa. Sol, Re, Mi, Fa, si ripartiscono in maggiori, minori, e semplici. Le maggiori sono li due Mi. (presso i Francesi Mi, e Si) le minori sono li due Fa. (presso i Francesi Fa, e Ut) le quattro rimanenti Do, Re, Sol, La, si distinguono col nome d' intonazioni semplici.

INVERSIONE. Varie se ne osservano nella Musica: come a dire di Serie, e di proporzioni, quali sono fra loro, per più riguar-

di,

di, le due Serie l' armonica, e l' aritmetica, e tutte le proporzioni di questo nome. In oltre si scorge inversione di differenze, quali sono quelle delle proporzioni armonica, e della così detta contrarmonica. Non deve però confondersi l' *inversione* col *riversamento*, che certamente non sono sinonimi. Il riversamento risguarda in ispezialità le dissonanze portate al grave; e solamente per abuso gl' intervalli derivati, con cui restituir si vogliono nella sede loro naturale gl' intervalli primarj, ed originali.

L

LEGATURA DI NOTE presso gli antichi era ciò che chiamavano *nexus notularum*: quindi rendevasi assai difficile l' esecuzione della loro Musica. A' giorni nostri l' invenzione, e l' uso delle linee perpendicolari, che separano l' una dall' altra battuta, ha liberati i Musici totalmente da quell' imbarazzo.

Legatura delle dissonanze è un segno fatto in guisa di semicircolo, che connette due note, delle quali la prima è consonante, e l' altra dissonante.

LETTERE GREGORIANE, ovvero sia Musicali (termini sinonimi) sono quelle che compongono l' Alfabeto della Musica, cioè A. B. C. D. E. F. G. le quali unite alle sillabe dell' Aretino, Ut, Re, Mi, Fa, Sol, La, formano il Solfeggio.

LICENZA. Termine usato, e forse introdotto da M.r Rameau. Ma francamente può dirsi, ed a suo luogo sarà provato, che qualunque *licenza* è una trasgressione: onde quante licenze, tanti errori nella Musica.

M

MELODIA è il risultato di una serie qualunque di suoni, o voci successive, quali sono quelle di ciascheduna parte cantante, o strumentale, che liberamente ascende, e discende; e perciò alla melodia convengono ugualmente le Ragioni di maggiore, e di minore inegualità.

MODO significa in genere una determinata Ottava sopra di cui si regge, e s' aggira uno qualunque componimento.

Modo armoniale, conviene in ispezialità questo termine alli due Modi, che sono proprj della moderna Musica, cioè il maggiore ed il minore.

Modo

Modo corale-armoniale. Sotto questo nome s' intendono li Modi, o Tuoni del Canto fermo ridotti in armonia.

MODULAZIONE significa precisamente la condotta d' un componimento nell' uso artifizioso delle varie corde, che al Modo assunto convengono.

MUSICA si dice in genere del canto, e del suono tanto di pura melodia, quanto di armonia.

N

NOTE sono quelle figure musicali, che mentre colla loro posizione indicano il grave, o l' acuto della Voce, colla loro figura dinotano in oltre la durata del suono.

NUMERI. In una ben diretta teoria della Musica li numeri non devono già considerarsi come quantità astratte; ma bensì in relazione sempre, e poi sempre al suono.

Numeri armonici si chiamano tutti quelli della Serie di questo nome; li quali però non devono confondersi con li numeri, o suoni consonanti, atteso che nella Serie armonica ve ne sono d' ogni sorta, cioè consonanti, dissonanti, ed innumerabili degl' inetti alla melodia, non che all' armonia: chiamati dai Greci, Ἐκμελεῖς, (*Ecmeli.*)

Numeri organici si dicono quelli che veggonsi scritti, e disposti sopra le note del Basso continuo, ove mentre si tenta diminuirne la quantità, si detrae il necessario, e bene spesso vi s' introduce oscurità. Di ciò sarà trattato seriamente a suo luogo.

O

OTTAVA. Nasce questa dalla Ragione dupla, ed i suoni fra loro sono equisoni. Il nome di 8.ª deriva dalle otto voci diatoniche, ond' è formata, e composta in virtù dei due tetracordi disgiunti, in cui si risolve. Ora l' equisonanza cagiona varj ed importanti effetti fra i quali sono ovvie, e rimarcabili le replicazioni tanto in grave, quanto in acuto; le quali però non hanno forza di sostanzialmente distruggere le varie proporzioni, mentre per l' opposto le conservano in lasciandone rilevar l' effetto: punto riflessibile, ed importante, per aver sempre presente tanto il principio delle consonanze, quanto quello delle dissonanze.

Ottava armonica vuol dire 8.ª divisa armonicamente: e 8.ª *aritmeti-*

metica accenna questa stessa Ragione aritmeticamente divisa: e così deve intendersi riguardo a qualunque altra Ragione. Onde 1 . $\frac{1}{2}$. è l' 8.ª semplice = 2 . 1; l' 8.ª armonica vien espressa da $\frac{1}{2}$. $\frac{1}{3}$. $\frac{1}{4}$. = *6* . 4 . 3 . L' 8.ª aritmetica si manifesta in $\frac{1}{3}$. $\frac{1}{4}$. $\frac{1}{6}$ = 4 . 3 . 2.

P

PARTI ARMONICHE della Corda sonora io chiamo le minime aliquote di ciascuna divisione, le quali tutte insieme compongono la Serie armonica; per es. di $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{3}$; di $\frac{1}{5}$, $\frac{1}{5}$. ecc.

PREPARAZIONE delle dissonanze importa una certa cautela nell' usarle, per cui il suono ch' è dissonante ricchiedesi che sia consonante *nell'* antecedente accordo, ed in consonanza pure degradando si risolva. Da qualunque consonanza si può preparare la dissonanza, ed in qualunque consonanza può risolversi, ma sempre degradando.

PROGRESSIONE è il nome che prende, ed assume qualunque proporzione, la quale oltrepassi i tre termini: e questa può esser continua, o discreta. V. Cap. XI.

PROPORZIONE è quella relazione, che hanno tre termini dati, alle rispettive loro differenze. V. Cap. XIV.

Q

QUARTA. E' un intervallo controverso fra gli antichi, e i moderni; o per meglio dire fra i Teorici, e i Pratici. L' errore di questi ultimi (che la vogliono dissonanza) nasce da ciò, che non distinguono la 4.ª, la quale è parte integrale, ed essenziale dell' accordo consonante, dall' estranea, ed avventizia allo stesso accordo. V. Cap. XXII.

R

RAGIONE è il mutuo rapporto di due sole quantitadi; ed equivale a *proporzione semplice*. V. Cap. VII.

Ragione semplice, o *radicale*, si dice quella, che sta espressa dai suoi numeri primi, come per es. 2 a 3; ovvero 5 a *6*; a differenza di quella che sta espressa da numeri moltiplici dei radicali; come *6* a *9* = 2 a 3; o pure 25 a 30 = 5 a *6*.

RE-

REPLICAZIONE si dice di un intervallo dilatato d' una intera 8.^{a}, nel grave, o nell' acuto. Se vuolsi replicare verso il grave, deve dividersi pel 2. l' antecedente della Ragione data. Ora sia per es. la 3.^{a} maggiore $\frac{4}{5}$; diviso il 4 per 2 sarà $\frac{2}{5}$ la 3.^{a} maggiore replicata, cioè una 10.^{a} Se poi vogliasi replicare verso l' acuto, convien moltiplicare per il conseguente; onde della 3.^{a} maggiore suddetta moltiplicato il conseguente 5 $\times$ 2, si avrà in $\frac{4}{10}$ la 3.^{a} maggiore replicata in acuto, cioè una 10.^{a}.

RIVERSAMENTO D' UN INTERVALLO importa trasposizione del suono acuto nella parte grave: il riversamento appartiene alle dissonanze. Due riversamenti contemporanei sono impossibili, atteso che in qualunque disposizione di suoni uno solo può esserne il grave. Delle consonanze non si dà vero riversamento, bensì ascendendo, le principali giungono al loro complemento, e in tal modo si producono le consonanze derivate. Ed allorchè con ordine retrogrado discendendo si riproducono le principali consonanze, queste acquistano il nome d' *inverse*. Perciò deve intendersi, che intervallo *inverso*, e *riversato* non è lo stesso. Infatti l' 11.^{a} *riversata* diviene 4.^{a}; e la 5.^{a} *inversa* diviene pur essa 4.^{a}. Non sono dunque sinonimi li suddetti due termini. Bensì prova il caso presente la verità del detto d' Orazio: *Difficile est recte communia dicere*. V. Cap. XXIX.

RISOLUZIONE. Viene in uso questo termine rispetto alle dissonanze, le quali degradando passano alla prossima consonanza, o nello stesso accordo, ovvero in un altro, giusta l' opportunità. V. Cap. XXXVIII.

S

SCALA nella Musica si chiama qualunque serie di voci, o suoni. La prevenzione la fissa al numero di otto: ma per verità ve ne sono di varj gradi, e di varia indole. V. Lib. II.

SERIE. Sono due quelle che sopra tutte risguardano la Musica; cioè l' armonica che ha per costante numeratore l' unità, e l' aritmetica, che deve supporsi avere per costante denominatore la stessa unità.

SUONI IDENTISONI sono quelli, che da due, o più unisoni derivano. *Equisoni* quelli che vengon prodotti da due o

più

più 8.^{e}; e da questi riconoscono l' origine loro le replicazioni.

SOSPENSIONE. Termine nella Musica introdotto da M.^{r} Rameau, in riguardo alle dissonanze, che oltrepassano l' 8.^{a}; quali sono la *9.*^{a} e l' 11.^{a} ecc. Il suo errore però già si è fatto manifesto, e molto più lo si farà nel Lib. III. Il termine *sospensione* adunque (per non isbandirlo affatto) può applicarsi alle appoggiature, cioè a quelle minute note, che servono soltanto al buon gusto del canto, e del suono.

SUPPOSIZIONE. Altro termine introdotto dallo stesso Rameau, con cui sconvolge il Sistema delle dissonanze, imputando al Basso continuo varj accordi supposti, affine di restringere tutte le dissonanze in una sola, cioè nella 7.^{a} minore. Abbaglio di massima conseguenza; per cui diventa un caos la dottrina, e l' uso delle dissonanze, che rettamente intese, e con giudizio usate producono sempre un ottimo effetto.

T

TEMPERAMENTO. E' una ripartizione di certo difetto, che rilevasi negli strumenti da tastatura, onde ciaschedun tasto ne partecipi una insensibile proporzione: e perciò si chiama anche *partecipazione*. V. Lib. II. Cap. IV.

TEMPO. Sotto questo nome si comprendono tutti li varj segni onde risulta il rispettivo valore delle note nel Componimento, a cui è premesso dopo la chiave. V. Lib. II. Cap. X.

TETRACORDO. Il nome stesso indica che questi comprende quattro corde, o suoni. Si rammentano tetracordi *congiunti*, e *disgiunti*. Due congiunti formano una 7.^{a}; due disgiunti compongono una 8.^{a}.

TRASPORTI. Questi risguardano i Modi musicali d' ogni genere, che si dicono trasportati allorchè non sono nella loro sede e corda naturale. Li trasporti si formano col mezzo di uno o più diesis; uno o più B molli. V. Lib. II.

TRIEMITUONO si chiamava presso i Greci la 3.^{a} minore. Presso di noi moderni è un intervallo incomposto contenuto fra due sole lettere musicali consecutive, che costituiscono la 2.^{a} eccedente, detta superflua.

TUONO. Due sono i principali significati di questo termine. In un senso equivale a Modo, e per toglier l'equivoco, si dirà: *tuono modale*. Nell' altro senso significa grado, o distanza d' una voce intera, come per eſ. da C a D. e queſto ſi ſpecifica coll' aggiunto cioè *tuono graduale*.

V

U*NISONI*. Suoni che derivano da qualunque ragione d' egualità, come per eſ. di 1 a 1, di 3 a 3, ecc. Queſta è la prima fra tutte le conſonanze. Vedi Cap. XIX.

VOCE. Una voce più alta, o più baſſa ſignifica lo ſteſſo che un tuono in acuto, ovvero in grave. *Mezza voce*, termine che equivale a *Semituono*.

E qui pongo fine alla ſpiegazione de' termini che ho creduti li più neceſſarj. Ma chi ne bramaſſe una più ampia, e diſtinta per ogni conto, può ricorrere al Dizionario del celebre M.r Rouſſeau; avvertendo però a quanto dice nella Prefazione, cioè ch' egli s' è attenuto al Siſtema di M.r Rameau, benchè lo riconoſca imperfetto, e difettoſo, per molti riguardi, per eſſere quel deſſo il Siſtema prediletto, e comunemente abbracciato dalla nazione Franceſe, per cui ſpecialmente ha ſcritto il ſuo Dizionario.

DOMANDE.

1. CHe mi ſia conceſſa una corda ſonora da dividerſi in quante parti abbiſogni.

2. Che a quella corda ſia coſtantemente, e per ſempre fiſſato un dato ſuono; e queſto ſia quello di F, fa, ut, come ſi vede nella premeſſa tavola.

3. Che li numeri diretti (in fatto di Ragioni, e Proporzioni) s' intendano come frazioni della Serie armonica; cioè per eſ. 1. 2. 3. 4; come 1. $\frac{1}{2}$. $\frac{1}{3}$. $\frac{1}{4}$. E li retrogradi ſi prendano per numeri interi; cioè 4. 3. 2. 1. effettivamente quattro, tre, due, uno.

ASSIOMI.

1. IL suono è al suono, come la corda alla corda. In qualunque corda sono contenute tutte le minori di essa; e per conseguenza in qualunque suono trovansi contenuti li suoi più acuti.
2. Tutti li suoni che nascono da Ragione, o progressione dupla sono fra loro equisoni.
3. Il suono che con un estremo della Dupla, (l' 8.ª) è consonante, anche con l' altro estremo è consonante.
4. Tutti li numeri dispari sono numeri primi nella Musica; e perciò nuovi suoni producono. Tali sono per es. il 9. il 15. il 27. ecc. che nell' Aritmetica sono manifestamente composti.
5. Tutti li numeri pari sono composti dell' impari, da cui per dupla progressione derivano; e li suoni si risolvono nel suo primo, ed originale, per es. 60. 30. 15.
E E E

TAVOLA

DEI CAPITOLI.

ERRO-

	Errori.	Correzioni.
Pag. X. l. 1.	ſi veggono	ſi reggono
XII. l. 6.	×	X
XV. l. 14.	la 3ª. armonia	la 2ª. armonia
Pag. 11. lin. 17.	$\frac{1\frac{1}{2}}{3}$	$\frac{1}{2}$
Ivi	$\frac{2\frac{1}{2}}{5}$	$\frac{1}{2}$
28. l. 15.	47	45
29. l. ult.	umeri	numeri
38. l. 29.	6. 1	1. 6
76. l. 21.	V. Cap. II.	V. Cap. XI.
81. l. 24.	$B\times^{47}$	$B\natural^{45}$
91. l. 20.	Soggiunge	Soggiungo
104. l. 5.	$\frac{25}{16}$	$\frac{25}{32}$
117. l. 20.	$\frac{6}{5}$ $\frac{5}{4}$	$\frac{5}{6}$ $\frac{4}{5}$
127. l. 11.	prendono	prendano
130. l. 22.	tale : quale	tali : quali
140. l. 5.	egal	egaux
141. l. 3.	di $\frac{7}{25}$	di $\frac{27}{25}$
146. l. 29.	Guida	Guidone
150. l. 11.	G.	C.

DELLA SCIENZA
TEORICA, E PRATICA
DELLA MODERNA MUSICA.
LIBRO PRIMO.

CAPITOLO I.

Che coſa ſia la Muſica, e coſa per eſſa voglia intenderſi.

COnſiderata nel proprio, e vero ſuo ſenſo la Muſica di cui imprendo a trattare, ella è *la Scienza del ſuono, in quanto è grave o acuto.* (*a*)

Col mezzo del numero accuratamente diſtingue i varj gradi di acutezza, o gravità nel corpo ſonoro; e poichè il numero appartiene direttamente, e propriamente all' Aritmetica, quindi ne ſegue, che la Muſica

 è Scien-

(*a*) *Harmonica eſt potentia perceptiva earum, quæ in ſonitibus ſunt differentiarum circa acutum, & grave.*
Ptol. Harm. lib. 1. cap. 1.
Harmonica eſt facultas differentias acutorum, & gravium ſonorum ſenſu, ac ratione perpendens: Senſus enim, ac ratio quaſi quædam facultatis harmonicæ ſunt inſtrumenta.
Boeth. l. 5. Muſ. c. 1.

è Scienza miſta, ſubalterna, e ſubordinata all'Aritmetica. (*a*)

Il ſuono pertanto è l' oggetto fiſico della Muſica, ed il numero l' oggetto matematico; e col linguaggio dei Scolaſtici direbbeſi eſſerne il ſuono l' oggetto materiale, ed il numero l' oggetto formale, in quella guiſa che l'Aſtronomia ha per oggetto la quantità relativamente al moto. (*b*)

Non è però la Muſica una Scienza puramente ſpeculativa, poichè dalla conſiderazione de' ſuoni paſſa alla pratica, ed alla diſpoſizione di eſſi; perciò la Muſica è Scienza teorico-pratica, come varie altre. (*c*)

Vanno dunque errati quelli, che fra le Arti liberali ſolamente la vogliono annoverata; e l' inganno loro manifeſtamente naſce (per mio credere) dal confonder eſſi li veri Muſici con gli eſecutori della Muſica. Pongono cioè nella ſteſſa Claſſe li Componitori, e li Cantori, e Suonatori. Ma la grandiſſima differenza che fra quelli, e queſti paſſa fu già ſaggiamente avvertita da Boezio, e dal Card. Bona. (*d*)

Che

(*a*) *Quotum aut per ſe ſubſiſtit, aut juxta reſpectum ad aliud conſideratur. Arithmetica igitur quod per ſe eſt quotum contemplatur, Muſica vero quod ad aliud.*

Proclus, Comment. in primum Eucl. lib. cap. 12.

(*b*) *Sonus objectum materiale Muſices; Numerus objectum formale.*

Voſſius, de Muſ. & de diſciplinis Mathem.

Harmoniæ criteria duo quidem ſunt, auditus, & ratio: ſed alio atque alio modo: quippe auditus ſecundum materiam, & paſſionem judicat; ratio ſecundum formam, & paſſionis cauſam.

Ptol. Harm. lib. 1. cap. 1.

(*c*) *Muſica eſt ſcientia non contemplativa ſolum, ſed etiam activa; ſicut & medicina, & virtus, hoc eſt ſcientia morum.*

Muſonius.

(*d*) *Is Muſicus eſt, qui ratione perpenſa canendi ſcientiam, non ſervitio operis, ſed imperio ſpeculationis aſſumit.*

Boeth. Muſ. lib. 1. cap. 34.

Cantor ille eſt qui harmonicæ rationis expers, & a Muſicæ Scientiæ intellectu ſejunctus famulatur, nec quicquam affert rationis: Is autem Muſicus eſt, qui ratione perpenſa canendi ſcientiam non ſervitio operis, ſed imperio ſpeculationis aſſumit.

Bona, div. Pſalm. c. 17. §. 3.

Che poi vi ſieno dei Componitori, (e pur troppo ve ne ſono) che ignari, e privi di qualunque Teoria, non trattano la Muſica qual Scienza, ciò punto non deroga al merito della Muſica ſteſſa; bensì tutto il difetto, e la colpa ricade ſopra gl' indotti Componitori, che di nome ſoltanto ſono Muſici. (*a*)

E che così ſia, ampia fede ne fanno le di loro opere, che non già dal ſenſo, e dalla ragione inſieme, ma bensì dal ſolo ſenſo di ragione ſprovveduto, ſi ſcorgono fatte a capriccio, o con ſervile imitazione, copiando qua, e là: incapaci ſempre di far coſa tollerabile, che da altri pria non ſiaſi fatta. Quindi ne ſegue, che dovendo talvolta render ragione de' proprj Componimenti ſi reſtringono a dire: *anche il tale*, *o il tal' altro ha uſati queſti paſſi*, *queſti modi*, *queſte combinazioni*, *ecc.* ovvero: *il Maeſtro così mi ha inſegnato.*

Io però tengo, che il gran Maeſtro ſia la ragione; e queſta ſola può addottrinarci in ogni età. I Maeſtri che ci ſono dati nella gioventù, ci devono ſervir di guida per un certo tempo, ſiccome a' bambini ſerve di guida la Madre, o la Nutrice, finchè ſono teneri. Per lo che conchiudo, che li Componitori ſempre appoggiati al Maeſtro, o agli altrui eſemplari, non ſono Muſici, ma bensì nella Muſica ſempre bambini.

(*a*) *Non hoc vitio dabitur ſcientiæ*, *ſi quis ea non ut par eſt utatur*: *ſed propria abutentis ea culpa cenſebitur.*
Plut. lib. de Muſica.

CAPITOLO II.

Delle diverſe maniere onde li varj rapporti de' ſuoni conoſcer ſi poſſono.

TUtte le coſe create diſpoſte, e formate ſono con numero, peſo, e miſura; nè di ciò può dubitarſi, poichè a chiare note lo atteſtano le Sagre Carte: ed è ſtata pur anche da' Gentili queſta verità conoſciuta. (*a*)

L' Armonia però con iſpecialità, e più manifeſtamente trovaſi fregiata di coteſti caratteri; imperciocchè il ſuono è prodotto dal movimento dell'aria *in numero*, *pondere*, *&* *menſura*.

ARTICOLO I.

Si ſpiega dunque il ſuono in tante vibrazioni al corpo ſonoro proporzionate. Le vibrazioni poi ſono di natura e d' indole aritmetica, relativamente all' Armonia, ed eſattamente ne oſſervano fra di loro la ſerie 1. 2. 3. 4. 5. ecc.

Ecco dunque che l' Armonia è di fatto creata, e formata *in numero* quanto alle vibrazioni; poichè di due corpi ſonori che producano li loro reſpettivi ſuoni, e. gr. in ragione dupla, è coſa certa che quello onde procede il ſuono acuto fa due vibrazioni, mentre una ſola ne fa quello onde procede il ſuono grave. Che ſe i ſuoni trovinſi in ragion ſeſquialtera, è ugualmente certo, che il corpo ſonoro da cui procede il ſuono acuto, fa tre vibrazioni, mentre due ſolamente ne fa quello, onde procede il ſuono grave, e così in ogni altra ragione ſi può diſcorrere.

Per

(*a*) *Omnia in numero*, *pondere*, *&* *menſura diſpoſuit Deus*. Sap. c. 11.
Omnia voluit Deus ordinare, *ac digerere ratione*, *&* *menſura*, *numeroque ſecundum naturam*. Sympoſiacon. 8.

Per codesta via però non siamo noi certamente in istato di esaminare all' occhio ogni, e qualunque rapporto de' suoni, il che agevolmente raccogliesi dallo stesso Gal. Galilei (*a*), che approfittandosi del caso, fece primo di tutti la scoperta; essendo manifesto, che non istà in nostro arbitrio di esaminar qualunque rapporto de' suoni, nè con un bicchiere pieno d' acqua, nè con uno scalpello strisciato sopra una lamina o piastra di ottone. L' osservazione dunque del Galilei, è bellissima, è felicissima; ed egli ragionando ne fa ottimo uso, e ben degno del gran Filosofo ch' egli era, ma per noi non serve all' uopo, come già si è detto.

Si accorda pertanto, e si concede, che le vibrazioni sono fra di loro in proporzione, e d' indole aritmetica, e soltanto si nega, che per questa via possiamo noi a nostro talento, ed arbitrio mostrar all' occhio qualunque ideato rapporto.

Infatti se potessero numerarsi le vibrazioni avremmo anche un *suono fisso*, per cui in darno si sono adoprati (fra gli altri molti) con ispecialità, e con impegno M^r. Sauveur, e M^r. Diderot.

ARTICOLO II.

Dalla maggior, o minor tensione della corda sonora nasce il suono più grave, o più acuto; la tensione è l' effetto della forza, o sia del peso, con cui una corda si stira: e però tensione, forza, e peso significano nell' effetto la cosa stessa. La proporzione de' pesi si esprime colla serie dei quadrati 1. 4. 9. 16. 25. ecc. che additano in ciascheduna ragione li suoni corrispondenti alle vibrazioni espresse dalle radici nel modo che segue:

Vibrazioni -	1. 2.	2. 3.	3. 4.	4. 5.
Pesi - - - -	1. 4.	4. 9.	9. 16.	16. 25.

Ecco

(*a*) Giornata, o Dialogo 1. Tom. 3. Ediz. Pad. pag. 59.

Ecco dunque che l' Armonia è di fatto creata, e formata anche *in pondere*; ma nè pure col mezzo de' pesi siamo noi in istato di esaminare a nostro talento ogni, e qualunque rapporto de' suoni; poichè dovendo essere della stessa lunghezza, e dello stesso diametro, o grossezza le corde colle quali vuol farsi lo sperimento, è cosa certa, ed incontrastabile, che la corda che regge, e. gr. ai pesi 1. e 4. non reggerà poi ai pesi 9. e 16. e molto meno ai pesi 25. e 36. ecc.

Ma dato e concesso che reggesse; dico che lo sperimento, e l' esame non può corrispondere con la dovuta esattezza al proposto fine; imperocchè una corda tesa dal peso 1. essendo poi tesa dal peso 4. deve necessariamente, assottigliandosi, diminuire nel diametro, o grossezza (che si suppone dover esser sempre lo stesso) e molto più accrescendosi il peso a 9. e 16. ecc. Quindi è che codesto metodo di esaminare i varj rapporti de' suoni a gran ragione viene giudicato inetto, e perciò escluso anche da Tolommeo (*a*). Escluso dunque il numero, ed il peso, piglieremo ora in esame la misura.

ARTICOLO III.

Il suono prodotto dal movimento dell' aria è più grave, o più acuto, non solamente in proporzione della tensione, o peso, ma eziandio in proporzione della lunghezza delle corde sonore, poichè una corda più lunga produce il suono più grave, mentre la più corta produce il suono più acuto.

La proporzione poi delle lunghezze delle corde ci vien espressa dal *Tutto*, ovvero sia dall' *Unità* divisa dalla serie naturale de' numeri nel modo che segue $\frac{1}{1}$ $\frac{1}{2}$ $\frac{1}{3}$ $\frac{1}{4}$ $\frac{1}{5}$ ecc. che dalli Matematici si chiama *Serie Armonica*, perciocchè li sei pri-

(*a*) *In appensis autem ad chordas ponderibus præter quam quod ipsæ chordæ haud facile conserventur inter se penitus invariatæ, haud etiam fieri poterit, ut ponderum rationes, sonitibus a se factis perfecte accommodentur: cum & in eisdem ipsis tensionibus spissiores, & subtiliores chordæ acutiores edant sonitus.* Harm. lib. 1. cap. 8.

primi termini di questa serie, applicati alle lunghezze di una corda sonora, sono tutti fra di loro armonici, e consonanti. Ecco dunque che l' armonia è creata, e formata anche *in mensura*.

Escluso pertanto l' esame ed il criterio delle consonanze col mezzo delle vibrazioni, e dei pesi, dico che solamente per via delle lunghezze della corda sonora può farsi codesto esame, e confronto de' varj suoni senza pericolo d' incorrere in errore, o di prender abbaglio: della stessa opinione, e sentenza è anche Tolommeo, mentre dopo aver escluso, e confutato ogni altro modo di esaminare i varj suoni, si appiglia alla *misura*, cioè alle lunghezze della corda sonora. (*a*)

Considerando noi dunque l' accorciamento della corda qual unico mezzo di far con sicuro criterio un giusto esame delle consonanze; sembrerà forse a taluno, che per dimenticanza non siasi parlato dell' assottigliamento delle corde, mentovato dal Galilei; ma egli appunto per me risponde, che questo terzo modo si riduce al peso (*b*): quando dunque abbiamo parlato del numero, del peso, e della misura, abbiamo considerata l' Armonia in tutti li suoi principj produttivi.

ARTICOLO IV.

Rimane però da riflettersi, che in due maniere la misura può applicarsi ad una corda, essendo cioè appoggiata a due ponticelli, come sopra un Monocordo, ove la proporzione delle lunghezze è quella della Serie Armonica, come già si è detto; che se ad un sol punto fissata sia la corda, e libera nell'

(*a*) *Verum in canone extensa chorda omnium accuratissime & promptissime ostendet nobis consonantiarum rationes.*
Harm. lib. 1. cap. 8.

(*b*) *Tre sono le maniere, colle quali noi possiamo inacutire il tuono a una corda; l' una è lo scorciarla, l' altra il tenderla più o vogliam dir tirarla, la terza è l' assottigliarla; quest' ultima maniera però con più verità dee attribuirsi al peso.*
Dial. 1. pag. 59.

nell' altra a guisa di pendulo; in tal caso la proporzione delle lunghezze deve essere come li quadrati della Serie Armonica, cioè $\frac{1}{1}$ $\frac{1}{4}$ $\frac{1}{9}$ $\frac{1}{16}$ $\frac{1}{25}$ ecc. e li suoni delle corde sono fra di loro come quelli prodotti nel Canone dalle lunghezze corrispondenti alli cinque primi termini della Serie Armonica: cioè alle radici.

Poichè dunque abbiamo osservate le diverse rispettive leggi delle vibrazioni, dei pesi, e delle lunghezze della corda sonora, tanto nel canone, quanto nei penduli, rimane ora da riflettersi, che il tempo, o sia la celerità, o durazione delle vibrazioni ci rappresenta l' Unità sempre costante. E così è; poichè le cinque vibrazioni della quinta parte della corda: le quattro del quarto: le tre del terzo, e delle due metà, sono tutte equitemporanee all' unica, e sola vibrazione di tutta la corda. Questa costante unità poi scorgesi legare in una proporzione geometrica continua tutte le mentovate serie come dal confronto si vede nella seguente figura.

1. 4. 9. 16. 25.	Peso, o forza con cui agisce la corda di una lunghezza data.
1. 2. 3. 4. 5.	Numero, o moltitudine delle vibrazioni.
$\frac{1}{1}$. $\frac{2}{2}$. $\frac{3}{3}$. $\frac{4}{4}$. $\frac{5}{5}$.	Unità, o sia Tempo, celerità, e durazione delle vibrazioni.
$\frac{1}{1}$. $\frac{1}{2}$. $\frac{1}{3}$. $\frac{1}{4}$. $\frac{1}{5}$.	Misura, o lunghezze della corda sul Monocordo, e quantità del suono.
$\frac{1}{1}$. $\frac{1}{4}$. $\frac{1}{9}$. $\frac{1}{16}$. $\frac{1}{25}$.	Misura, o lunghezza dei Penduli.

La serie dell' Unità avvedutamente si esprime qui in frazioni; per rappresentare con chiarezza la durazione equitemporanea delle vibrazioni. E tanto basti.

CAPITOLO III.

Osservazioni sopra la corda sonora.

POichè per conoscere i varj rapporti de' suoni alle lunghezze della corda sonora convien attenerci, necessario sembrami il previo esame dell' indole, e natura della corda medesima.

Toccata dunque la corda sonora ci fa essa tosto sentire apertamente il suono suo proprio, ed in oltre colla risonanza si spiega in tanti altri suoni, quante sono le sue parti aliquote, cioè $\frac{1}{2}.\frac{1}{3}.\frac{1}{4}.\frac{1}{5}$. ecc. in serie armonica continua. Fra tanti però solamente li suoni di $\frac{1}{3}$ e di $\frac{1}{5}$ si rendono sensibili, e non si rilevano $\frac{1}{2}.\frac{1}{4}.\frac{1}{6}$. perchè equisoni di 1, ed $\frac{1}{3}$. Molto meno si rileva quello di $\frac{1}{7}$, che che ne dica M[r]. Rameau (*a*), per esser troppo acuto, e debole pel nostro orecchio.

Egli è questo certamente un fenomeno mirabile, ma non perciò $1.\frac{1}{3}.\frac{1}{5}$. è il principio dell' Armonia: lo asserisce M[r]. Rameau, perchè questi tre suoni sono in proporzione armonica (*b*). Ma, soggiungo io, risuonano pur anco (se non tutte) tante altre aliquote della serie, non avvertite, perchè i suoni o sono equisoni, o troppo languidi. Dic' egli che si ode anche il suono di $\frac{1}{7}$; sarà dunque questo pure, dirò io, parte del principio dell' armonia, essendo un quarto termine armonico: ma ciò non è, nè può essere, come vedremo ove si tratterà del vero principio, e cagione delle consonanze, cioè nel Cap. XVIII.

Quanto poi all' aggiunta che propone M[r]. Rameau di due corpi maggiori del corpo dato, cioè a dire di due corde più lunghe, che alla data segnata 1, sieno come 3 e 5, le quali fremono, com' ei dice, al suono della corda 1, e sono li

(*a*) Gener. arm. cap. 1. sperienza 3. ecc.
(*b*) Gen. arm. cap. 2.

ſuoni in proporzione aritmetica. Dico, che ſe tali ſuoni, per mala ſorte, ſi udiſſero inſieme con quelli della riſonanza $\frac{1}{3}$. $\frac{1}{5}$., ſi manifeſterebbe un orribile caos: atteſo che ſi udirebbero preciſamente i ſuoni (dato *Ut*, o ſia C = 1, come accenna Rameau) ſarebbero diſſi i ſuoni, dal grave all' acuto, come

5. 3. 1. $\frac{1}{3}$. $\frac{1}{5}$.
Ab F C G E

ed è queſta, per di lui ſentenza, l' origine del modo minore. Ma buon Dio! qual corriſpondenza mai del modo minore F. Ab. C. al maggiore C. E. G?

Che tali ſieno di fatto li ſuoni quali ſi veggono qui deſcritti, non v' è dubbio alcuno. Sono le due ſerie fra di loro inverſe; e ſiccome l' aritmetica è creſcente nei numeri: decreſcente l' armonica; così i ſuoni nell' aritmetica dall' acuto diſcendono al grave, mentre per l' oppoſto nell' armonica dal grave progrediſcono all' acuto. Andando poi del pari le due ſerie, cioè con termini omologi (come lo ſono 3. con $\frac{1}{3}$, e 5. con $\frac{1}{5}$) l' Unità 1. gli lega in proporzione geometrica, e li ſuoni perciò trovanſi patentemente diſſonanti. Accenna il Rameau la cacofonia (*a*) dei ſuoni Mi Sol Si con quelli delle riſpettive riſonanze, che vengono oſcurate, e reſe impercettibili dai ſuoni effettivi dei tubi: e gli ſfugge poi quella dei ſuoni corriſpondenti ai fremiti delle due corde 3. e 5. aggiunte all' intera 1. che fa realmente riſonare le ſue parti 3ª. e 5ª. Nella proporzione aritmetica di 5. 3. 1. (ſenza riflettere alli corriſpondenti ſuoni) s' è abbagliato Mr. Rameau, per ſoverchia brama di aſſegnare un principio generale dell' armonia; ma la ſorte, anzi il fatto ſteſſo gli è avverſo, e lo combatte. Lo ha quel principio d' avanti gli occhi, e non lo vede: come appunto gli accade trattando del principio delle diſſonanze, che pur dovea vederlo, dopo aver capito che d' un intero accordo conſonante, in qualunque maniera diſpoſto una ſola è la baſe, ch' egli chiama

(*a*) Gener. arm. pag. 14.

ma baſſo fondamentale. Troppe maraviglie ſi fa egli del noſtro Zarlino, onde io pure a maggior ragione di lui non abbia a farmene, (ſalvo il dovuto riſpetto.)

Noi però proveremo a ſuo luogo, che da 1. $\frac{1}{3}$. $\frac{1}{5}$. ſi deduce il modo minore, ma in altra guiſa, e per tutt' altra via.

Non parlo qui degli altri fenomeni della corda ſonora (oſſervati già, e deſcritti dal bravo P. Merſenne, M^r. Sauveur, ed altri) atteſo che l' unico mio ſcopo è di far avvertiti gl' ineſperti Giovani, che 1. $\frac{1}{3}$. $\frac{1}{5}$. (come fenomeno di riſonanza) non è, nè può eſſere il vero principio dell' Armonia, e il modo minore naturale rifiuta, ed abborriſce l' origine aſſegnata da M^r. Rameau.

Sembrami però di non dover chiudere queſto Cap. ſenza produrre alcune mie particolari oſſervazioni ſopra la corda ſonora premettendone per maggior chiarezza varie ſerie all' uopo.

Serie armonica.	1. $\frac{1}{2}$. $\frac{1}{3}$. $\frac{1}{4}$. $\frac{1}{5}$. $\frac{1}{6}$.	
Metà della corda.	$\frac{1}{2}$. $\frac{1\frac{1}{2}}{3}$. $\frac{2}{4}$. $\frac{2\frac{1}{2}}{5}$. $\frac{3}{6}$.	ecc.
Serie dei reſidui.	$\frac{1}{2}$. $\frac{2}{3}$. $\frac{3}{4}$. $\frac{4}{5}$. $\frac{5}{6}$.	
Corda intera.	1. $\frac{2}{2}$. $\frac{3}{3}$. $\frac{4}{4}$. $\frac{5}{5}$. $\frac{6}{6}$.	

Dico dunque in primo luogo, che qualunque ſia la diviſione della corda ſonora, la ſua metà è ſempre il mezzo aritmetico fra la minima ſua aliquota, ed il riſpettivo ſuo reſiduo.

Così $\frac{2}{3}$. $\frac{1}{2}$. $\frac{1}{3}$. = 4. 3. 2.
C F C

e $\frac{4}{5}$. $\frac{1}{2}$. $\frac{1}{5}$. = 8. 5. 2.
A F A

In queſti due eſempj (che poſſon ſervir di norma per qua-

qualunque impari divisione) ridotte le frazioni a numeri interi , si avverte che le lettere musicali non sono poste già ad arbitrio, ma bensì a tenore sempre della seconda domanda [*] ; dunque la metà della corda deve sempre essere F , fa , ut ; quindi la proposizione può farsi generale ne' seguenti termini : Data la metà della corda fra la serie armonica , e quella dei residui, ne risulta costantemente fra di loro la proporzione aritmetica ; e nella stessa proporzione trovansi pur anche li suoni da que' numeri indicati.

2. Che le due serie , cioè l' armonica , e quella dei residui ci rappresentano li due Infiniti accennati da Platone (*a*), l' uno decrescente nella quantità, e crescente nelle voci , qual è quello della serie armonica . L' altro , cioè quello dei residui, crescente nella quantità, e decrescente nelle voci : ambi due indefinitamente; la qual cosa non ammette opposizione per poco che vi si rifletta.

3. Che li residui della corda sonora considerati come una curva in confronto della corda indivisa considerata come una retta, ci presentano la più viva immagine delle due assintote geometriche. Infatti poste due corde sonore , uguali in diametro, lunghezza , e tensione , e lasciatane una indivisa : dividendo poi l' altra giusta la serie dei residui , andranno sempre li corrispondenti suoni accostandosi a quello della corda indivisa, senza poterlo mai raggiungere.

Così è : li suoni dei residui cominciando dal massimo , cioè dall' ottava sempre degradano, e s' accostano ; nè mai giunger possono al perfetto unisono con quello della corda stabile. Ecco per tanto una dimostrazione musico-geometrica delle due assintote, senza bisogno di X Y Z.

---

[*] Vedi queste domande nei Prolegomeni.

(*a*) *Plato duplex infinitum ponebat scilicet magnum, & parvum : augmento numeri, decremento magnitudinis.* Jamblicus.

CAPITOLO IV.

Coſtruzione del Monocordo, e vero modo di farne uſo.

POichè è deciſo che alla miſura dobbiamo appigliarſi unicamente per iſcoprire, e dimoſtrar all' occhio li varj rapporti de' ſuoni, al Monocordo perciò neceſſariamente convien rivolgerci, indicandone primamente la coſtruzione, indi l' uſo.

ARTICOLO I.

Faciliſſima è la coſtruzione del Monocordo, per eſſer egli formato di una ſola corda ſonora ſteſa ſopra una Tavola bislunga, e ſtirata tanto che renda ſuono ſenſibile, chiaro, e preciſo. Per dividere poi la corda, devonſi aver pronti, e preparati molti fulcri, o ponticelli mobili, onde poterla dividere in quante ſi voglia parti; ed ecco tutta la coſtruzione del Monocordo, chiamato anche *Canone*, d' onde patentemente è derivato il nome di *Canonica*, con cui da alcuni ſi chiama la Muſica teorica.

L' invenzione del Monocordo per comune opinione ſi attribuiſce a Pitagora, per eſſer egli ſtato il primo che prendeſſe a conſiderare le forme delle conſonanze con molti ſperimenti, dopo l' oſſervazione ed eſame fatto del vario peſo dei martelli nell' officina fabrile, dove egli credette d' eſſere ſtato condotto non già dal caſo, ma bensì per un atto di ſpeziale divina providenza. Nicomaco però viene accuſato nella narrazione di queſto fatto, perchè ripetuto a' giorni noſtri, realmente non corriſponde: ma la cagione del divario ben potrebbe attribuirſi al modo fra noi uſato di adattar l' incudine, diverſo da quello degli antichi. Un celebre Artiſta mi aſſicura, che in Alemagna l' incudine ſta incaſſato nel legno, che lo ſoſtiene; e chi può ſapere in qual altro modo l' adattarono forſe gli Artiſti della Magna Grecia?

A R-

ARTICOLO II.

L' uso poi consiste unicamente nella diligente, ed ordinata divisione della corda sonora, che da Euclide si chiama *Sectio Canonis*. La ragione, e l' ordine richieggono, che la divisione facciasi a tenore della serie naturale de' numeri: dividendo la corda primamente con un fulcro in due parti uguali; poi con due in tre parti; quindi con tre in quattro parti, ecc.

Codesta divisione infatti è aritmetica, perchè fatta in parti uguali; nel risultato però è veramente armonica, atteso che le lunghezze di ciascheduna parte della corda, e li suoni che ne derivano sono precisamente in serie armonica. Ma poichè varie divisioni insieme segnate possono confondere l' occhio, e l' intelletto, perciò sopra una sola corda debbono le divisioni successivamente farsi, ed in tal modo sembra essersi adoprato il gran Cartesio (*a*), per quanto ne indica la figura prima del suo compendio. (*Tav. I.*) [*]

Da una tal divisione risulta nella prima colonna la serie armonica de' suoni; e nelle seguenti le combinazioni tutte, di cui ciascuna divisione è capace. Qui però non tutte ci sono le consonanze: la 6ª. minore esclusa ne rimane. O sia dunque una sola corda successivamente divisa, o sieno sei corde, cioè un Monocordo moltiplicato, non sembrami fuor di proposito il credere, che sfuggita la divisione per 7. non ha voluto l' Autore andar per salto alla divisione per 8. senza di cui è però certo, che non si può avere la 6ª. minore.

ARTICOLO III.

Ripugnanza simile non ha certamente avuta Mr. Rameau, come si vede nel suo Trattato dell' armonia. (*b*) (*Tav. II.*)

In questa figura una sola parte di ciascuna divisione si considera, e ne risultano così i suoni armonici col suo ordine na-

(*a*) Comp. Mus. pag. 12.

[*] Per error dell' Incisore si è dovuto sempre citar *Tav.* in vece di *Fig.*

(*b*) Lib. 1. p. 4.

naturale, quali si veggono nella prima colonna della figura Cartesiana, e non più. Rilevasi però dalle apposte chiavi, e note colle loro sillabe, ch' egli non osserva in questo proposito verun metodo, posto che agli stessi numeri applica nei varj casi indifferentemente qualunque suono: la qual cosa reca senza dubbio non poca confusione.

Sta bene però, che tante sieno le corde quante le divisioni; moltiplicando in tal guisa lo strumento, che nondimeno come semplice ed uno deve considerarsi: nel modo stesso che, come una sola immagine si considerano le molte, che di un solo oggetto ci rappresenta uno specchio a molte faccie.

Che poi con ragione si considerino le molte corde per una sola, la stessa costruzione lo manifesta. Tutte le corde sono uguali nella lunghezza, perchè sostenute da due ponticelli comuni nell' estremitadi. Devon essere anche dello stesso diametro, cioè (come dicono i pratici) dello stesso numero. Per ultimo devon essere ugualmente stirate, e ridotte in un perfetto Unisono.

ARTICOLO IV.

Ma siccome in ambedue le descritte figure sono tre solamente i suoni originali e primi; quindi è che una compendiata ne propongo io (*Tav. III.*), in cui vedesi divisa la corda sonora soltanto in tre, ed in cinque parti; imperciocchè in $1.\frac{1}{3}.\frac{1}{5}$. risiede veramente il fonte, e la radice della compiuta e più perfetta armonia consonante; ed in oltre da $1.\frac{1}{3}.\frac{1}{5}$. deriva tutto il nostro sistema musicale, come si vedrà nell' ultimo Cap. di questo primo Libro.

Data pertanto questa semplice figura, la progressione dupla, da cui derivano le replicazioni (assio. 1.[*]) compie l' original Sistema consonante, come vedesi espresso nella fig. 4. (*Tav. IV.*), in cui all' intera corda vien fissato una volta per sempre F, fa, ut, giusta la domanda seconda.

Quan-

[*] Si vedano gli assiomi nei Prolegomeni.

Quantunque però una tal verità, tanto importante nella Musica, si offerisca agli occhi da per se stessa, nondimeno gli antichi (e molti ancora fra i moderni) hanno costumato sempre di esaminar qualunque consonanza separatamente, confrontando i suoni tutti a due per due, colla più prossima, ed immediata relazione all' intera corda.

Ed è pur vero e certissimo, che la perfetta armonia nasce dalla giusta, e natural disposizione di tutti i suoni consonanti, ascendendo coll' ordine di loro origine, ed insieme poi raccolti. Laddove nell' antico modo considerati e disposti, ne deve nascere per necessità ciò che, al riferir del Galilei (*a*) scrive Copernico essere ad esso lui accaduto, considerando separatamente li movimenti dei Pianeti; cioè che nel voler poi comporre tutta la struttura, ne risultava un mostro, ed una chimera.

In fatti confrontando l' intera corda colla sua metà, poi con li $\frac{2}{3}$, li $\frac{3}{4}$, li $\frac{4}{5}$, e li $\frac{5}{6}$, ognuno di questi intervalli, è consonante senza dubbio con la corda intera, mentre sono l' 8ª., la 5ª., la 4ª., la 3ª. maggiore, e la 3ª. minore. Ma siccome non procedono con l' ordine della serie armonica, perciò producono, uniti insieme, un mostro nell' armonia. Nè altrimenti può accadere, poichè sono queste consonanze li prodotti dei residui, come nella seguente descrizione si appalesa.

Serie armonica consonante.

$1.$	$\frac{1}{2}.$	$\frac{1}{3}.$	$\frac{1}{4}.$	$\frac{1}{5}.$	$\frac{1}{6}.$
F.	F.	C.	F.	A.	C.

Serie dei Residui dissonanti.

$\frac{1}{2}.$	$\frac{2}{3}.$	$\frac{3}{4}.$	$\frac{4}{5}.$	$\frac{5}{6}.$
F.	C.	Bb.	A.	Ab.

I suo-

(*a*) Dial. 3. p. 245.

I ſuoni dunque dei reſidui dall' acuto diſcendono al grave; (*Tav. V.*) mentre gli armonici progrediſcono dal grave all' acuto, giuſta l' ordine, e la natura dell' armonia: coſa molto oſſervabile, perchè di molta importanza, e di grandiſſima conſeguenza.

CAPITOLO V.

Dilucidazione della Serie armonica.

Siccome non devono considerarsi, nella Teoria della Musica, li numeri come quantità astratte, ma bensì relativamente sempre al suono, così giusta la terza domanda volendo io esprimere i suoni co' numeri della serie aritmetica, saranno li maggiori sempre premessi alli minori; come, per es. *6*. 4. 3. non già 3. 4. *6*. poichè (risguardando io sempre le lunghezze delle corde) li maggiori numeri esprimono li suoni gravi, che giusta la naturale progressione dell' armonia, precedono li suoni di mezzo, e gli acuti. Ma un tal uso non sarà da me praticato, se non alcuna volta, per agevolare ai Giovani l' intelligenza delle Ragioni, e Proporzioni Musicali. Per altro la serie armonica si è quella, che propriamente appartiene alla Musica; e perciò di questa si farà il più frequente uso: siccome però le aritmetiche operazioni intorno codesta serie non sono molto familiari, quindi mi accingo a spiegarle.

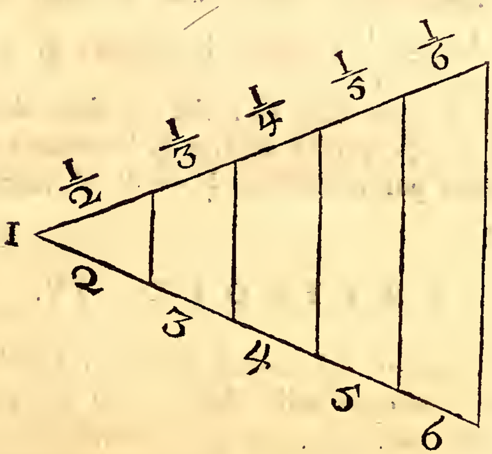
ARTICOLO I.

Premetto, 1. che le due serie aritmetica, ed armonica sono di contraria natura: quella crescente, e questa decrescente, ambedue all' infinito. 2. Che l' armonica si compone dall' Unità divisa dalla serie aritmetica, come $\frac{1}{1}$. $\frac{1}{2}$. $\frac{1}{3}$. $\frac{1}{4}$. ecc. e l' aritmetica suppone l' unità per denominatore di qualunque suo termine, come $\frac{1}{1}$. $\frac{2}{1}$. $\frac{3}{1}$. $\frac{4}{1}$. ecc. questa dunque si forma per composizione, e quella per divisione. 3. Che l' Unità principio comune delle due serie, è il mezzo proporzionale fra due termini omologi qualunque si sieno: e all' infinito.

Così ∷ 3. 1. $\frac{1}{3}$, e ∷ 5. 1. $\frac{1}{5}$ ecc., per-

chè

chè qualunque numero è alla ſua frazione armonica, come il riſpettivo quadrato all' unità; e perciò $3.$ a $\frac{1}{3} = 9.\ 1.$ e $5.$ a $\frac{1}{5} = 25.\ 1.$ Progrediſcono adunque le due ſerie come ſegue.



ARTICOLO II.

Dopo l' enunziate premeſſe vengo alla prima operazione, cioè al modo di ſommare; e dico che tanto agevolmente ſi fa la ſomma di due numeri armonici, quanto è facile *dividere la ſomma dei due denominatori per il prodotto de' medeſimi*. E però dati da ſommarſi, per eſ. $\frac{1}{2} + \frac{1}{3}$ ſarà il totale $\frac{2+3}{2 \times 3} = \frac{5}{6}$. Così pure dati $\frac{1}{3} + \frac{1}{5}$ ſarà l' intero $\frac{3+5}{3 \times 5} = \frac{8}{15}$. La facilità non deve renderne la verità ſoſpetta.

ARTICOLO III.

Dopo la ſomma ſegue la ſottrazione : e queſta pure facile da eſeguirſi ; poichè il reſiduo ſi eſprime col mezzo della *diſtanza dei denominatori diviſa dal prodotto de' medeſimi* . Così $\frac{1}{3} - \frac{1}{4} = \frac{1}{12}$; perchè la diſtanza di 3. a 4. $=$ 1; e il prodotto di $3 \times 4 = 12$: che ſe ſieno date le frazioni armoniche $\frac{1}{1} - \frac{1}{3}$. poichè da 1. a 3. la diſtanza è 2; ſarà il reſiduo $\frac{2}{3}$. Dati poi li termini $\frac{1}{2} - \frac{1}{5}$. il reſiduo ſarà ſenza dubbio $\frac{3}{10}$.

ARTICOLO IV.

La moltiplicazione de' numeri armonici è facile al maggior ſegno, poichè ſi riſolve nella *Unità diviſa pel prodotto dei denominatori* . Dati adunque, per eſ. da moltiplicarſi $\frac{1}{3} \times \frac{1}{4}$ ſarà il prodotto $\frac{1}{12}$; e regge l' analogia, che è propria della moltiplicazione, cioè $1 : \frac{1}{3} :: \frac{1}{4} : \frac{1}{12}$. ciò che deve ſgombrar ogni dubbio dalla mente degl' imperiti giovani, ſcorgendo il prodotto minore dei numeri moltiplicati.

ARTICOLO V.

Paſſando finalmente alla diviſione de' numeri armonici , è chiaro doverſi far eſſa col metodo dell' altre frazioni , cioè moltiplicando alternativamente il numeratore dell' una col denominatore dell' altra. Dati perciò da dividerſi per eſ. $\frac{1}{2}$ per $\frac{1}{3}$, ſarà il quoziente $= \frac{3}{2}$. e regge pur anche l' analogia, che è propria della diviſione, cioè $\frac{1}{2} : \frac{1}{3} :: \frac{3}{2} : 1$.

CAPITOLO VI.

Che all' Armonia convengono le Ragioni, e le Proporzioni soltanto di maggiore inegualità.

IL confronto de' suoni prodotti dalle varie divisioni della corda sonora forma quelle relazioni, o rapporti, che dalli Geometri *Ragioni* si appellano. Fra queste la prima, e principale si è la ragione d' egualità, v. gr. fra 1. e 1. fra 5. e 5. ecc.

Partendo da questa, tosto si manifesta la Ragione d' inegualità, ch' è di due specie, cioè di maggior inegualità, in cui l' antecedente è maggiore del conseguente, v. gr. 9. a 5; e di minor inegualità, in cui pel contrario l' antecedente è minore del conseguente, v. gr. 9. a 15.

Ora la progressione naturale de' numeri, che chiamasi *serie aritmetica*, col suo natural progresso forma Ragioni di minor inegualità; e colla giunta di unità ad unità cresce in infinito. Per lo contrario la progressione o serie armonica scorgesi formare ragioni di maggior inegualità, poichè dividendo sempre l' unità, in infinito si diminuisce. La serie aritmetica pertanto è crescente, e l' armonica decrescente.

Poichè adunque l' armonia in qualunque modo si concepisca, o relativamente alle vibrazioni, o alle lunghezze della corda sonora, o al diametro, o alla tensione, sempre procede dal grave all' acuto; ed in oltre a buona ragione si è stabilito, che li varj rapporti de' suoni devono investigarsi sul Monocordo (il cui uso nel Cap. III. si è descritto) perciò chiaro apparisce, che colle frazioni della serie armonica devesi indicare, e segnare qualunque ragione, o proporzione. Rimangono pertanto escluse onninamente dall' armonia le ragioni, e proporzioni di minor inegualità che procedono dall' acuto al grave: e per natura sua si esprimono co' numeri interi se-

gnati

gnati in ordine col naturale andamento della ſerie aritmetica.

Proporzioni.

di minor inegualità	2.3.4.	3.4.6.	4.6.9.
di maggior inegualità	$\frac{1}{2}.\frac{1}{3}.\frac{1}{4}.$	$\frac{1}{3}.\frac{1}{4}.\frac{1}{6}.$	$\frac{1}{4}.\frac{1}{6}.\frac{1}{9}.$

Alla melodia però convengono ugualmente le ragioni di maggiore, e di minor inegualità; eſſendo manifeſto che le cantilene di qualunque ſtrumento, o parte cantante aſcendono di continuo, e diſcendono liberamente.

CA-

CAPITOLO VII.

Qual differenza ſiavi fra Proporzione, e Ragione, e Frazione.

IL deſiderio di togliere ogni equivoco, e trattar qualunque materia colla poſſibile maggior chiarezza, mi obbliga a queſta diſcuſſione, benchè ad alcuno ſembrar poſſa forſe leggiera e frivola.

ARTICOLO I.

Sinonimi vengono comunemente conſiderati li due termini *Ragione*, e *Proporzione*, più per abuſo però, che per verità; poichè in fatti quella racchiudeſi in due ſoli termini, e queſta ſtendeſi per lo meno a tre. So, che il Keplero (*a*) inclina a proſcrivere il nome di *Ragione* per uſar indiſtintamente quello di *Proporzione*; ma con buona pace il ſuo ragionamento non ha vigore, nè forza baſtevole a perſuadere.

Parmi bensì, che più acconciamente penſi in tal propoſito il Gaſſendo (*b*), che nel caſo di uſare il nome di *Proporzione* in vece di *Ragione*, vuole che ſi chiami *ſemplice Proporzione*.

Io dico perciò: *ſua ſuis*. Devon chiamarſi coſtantemente *Ragioni* li rapporti di due termini; e *Proporzioni* quelli di tre, o quattro; giuſta le definizioni date da Euclide; e con queſta preciſione ſi parlerà in tutto il corſo di queſto Trattato.

(*a*) lib. 3. Harm. Mundi.

(*b*) *Proportio vel ut ſimplex, vel ut complexa poteſt accipi: priori modo eſt idem quod dicta Geometris Ratio, græce* Λόγος (Logos) *: poſteriore idem quod dicta illis Proportio, græce* Ἀναλογία (Analogia).
Theor. Muſ. cap. 1.

ARTICOLO II.

In due modi ſogliono ſcriverſi le Ragioni, cioè un termine dopo l'altro, per eſ. 5. a 4.; 3. a 4; ovvero in guiſa di frazione $\frac{5}{4}$; $\frac{3}{4}$. Quindi alcuni vogliono, che Frazione, e Ragione ſieno ſinonimi ed una coſa ſteſſa; ma di gran lunga per mio credere vanno errati; imperocchè l' antecedente e 'l conſeguente coſtituiſcono la Ragione, e ſono due coſe, per eſ due ſpazj, due ſuoni, due celerità, ecc.

Per lo contrario il numeratore, e il denominatore formano la Frazione, e ſono una coſa ſola: atteſo che il numero ſuperiore indica ſolamente il numero delle parti, e l' inferiore ne indica la qualità. Così nella frazione $\frac{3}{5}$ il 3. indica ſolamente le tre parti, ed il 5. indica la qualità delle parti medeſime. Ora non v' è dubbio, che tre quinti, qualunque ſieno, ſono una coſa ſola; dunque una frazione non può mai eſſere nè formar una Ragione.

Allorchè dunque una Ragione porgeſi in guiſa di frazione, il numero ſuperiore è l' antecedente, e l' inferiore n' è il conſeguente. E per via di compendio ſoltanto s' è introdotta queſta uſanza, che per altro bene ſpeſſo aſſai comoda rieſce.

ARTICOLO III.

Eſſendoſi nell' antecedente Cap. ſtabilito, che colle frazioni della ſerie armonica deveſi indicare, e ſegnare qualunque *Ragione*, o *Proporzione*, avverto perciò, che ſiccome eſſe frazioni portano coſtantemente lo ſteſſo numeratore (l' unità) così li ſoli denominatori ſi troveranno per lo più, in via di compendio, nel corſo di queſt' opera ſegnati. Quindi per eſ. 3. 4. 5. ſarà lo ſteſſo che $\frac{1}{3}$ $\frac{1}{4}$ $\frac{1}{5}$; e $\frac{5}{6}$ ſarà lo ſteſſo che $\frac{1}{5}$ ad $\frac{1}{6}$; a tenore della terza domanda.

Dovendoſi poi alcuna volta ſegnar le Proporzioni, e Ragioni co' numeri interi: dovranno queſti in tal caſo ſegnarſi

con

con ordine inverſo, premettendo cioè alli minori numeri li maggiori, (domanda 3ª.) affine di conſervar l' ordine dell' armonia, che di ſua natura procede ſempre dal grave all' acuto. E però 5. 4. 3. ſignificano cinque, quattro, e tre, e $\frac{9}{8}$ è lo ſteſſo che dire 9 a 8.

Qualunque volta adunque vegganſi rappreſentate le ragioni, e proporzioni co' numeri a roveſcio, devono conſiderarſi appartenenti alla ſerie aritmetica; e qualora vegganſi ſegnati con l' ordine naturale, devonſi concepire appartenenti alla ſerie armonica mutilata dell' unità in via di compendio. L' avvertimento è neceſſario per togliere qualunque equivoco, e l' utilità ſua rileveraſſi in parecchi incontri.

CAPITOLO VIII.

Delle operazioni aritmetiche intorno le Ragioni.

Le prime quattro ben note operazioni aritmetiche in due ſole ſi reſtringono, qualora vogliono applicarſi alli rapporti de' ſuoni, ovvero ſia alle muſiche Ragioni. Infatti ben eſaminata la Teoria del Zarlino (*a*) chiaramente ſcorgeſi, ch' egli cogli altri Muſici di que' tempi chiama *Moltiplicazione* il modo di ſolamente diſporre in una ordinata ſerie varie Ragioni date: e *Diviſione* poi, ciò che preſſo di noi diceſi: *di una data Ragione trovar il mezzo armonico o aritmetico*; ciò che è ben altra coſa. Acciò dunque la ſtudioſa Gioventù vada pel retto cammino ſenza intoppi, colla maggior chiarezza poſſibile eſporrò come debba appigliarſi, e regolarſi in tal propoſito.

ARTICOLO I.

Dico dunque, che moltiplicando ſi fa la ſomma di due o più Ragioni, perchè moltiplicati fra di loro gli antecedenti, e così pure li conſeguenti, ne vien formata da' riſpettivi prodotti una Ragione, che tutte le contiene. Date perciò da ridurre in ſomma, per eſ. le tre ſeguenti Ragioni $\frac{2}{3} + \frac{3}{4} + \frac{4}{5}$ ſarà $2 \times 3 \times 4 = 24$. e $3 \times 4 \times 5 = 60$. Ora è coſa certa, che $\frac{24}{60}$ contiene le tre mentovate Ragioni; perchè 24. 36. 48. 60.; dunque moltiplicando ſi fa la ſom-
$\frac{2}{3}$ $\frac{3}{4}$ $\frac{4}{5}$
ma, e le due operazioni in una ſi reſtringono.

(*a*) Parte I. cap. 31. e ſegg.

ARTICOLO II.

Dividendo poi si fa la sottrazione di una Ragione dall' altra. E poichè direttamente per lo più la divisione non può farsi, perciò la si fa (all' uso de' Geometri) moltiplicando l' antecedente della maggior Ragione col conseguente della minore; e l' antecedente di questa, col conseguente di quella. Quindi proposte da sottrarre, per es. le Ragioni $\frac{2}{3}$ — $\frac{3}{4}$: poichè $2 \times 4 = 8$. e $3 \times 3 = 9$. sarà $\frac{8}{9}$ la differenza, o sia l' eccesso della prima sopra la seconda.

Che se due Ragioni da una se ne debbano sottrarre; l' antecedente della prima deve moltiplicarsi nei conseguenti dell' altre due, ed il conseguente nei due antecedenti; che però date per es. $\frac{1}{4}$ — $\overline{\frac{2}{3} . \frac{3}{4}}$; poichè $1 \times 3 \times 4 = 12$. e$4 \times 2 \times 3 = 24$. sarà $\frac{12}{24}$ la differenza o sia l' eccesso della prima sopra le altre due.

ARTICOLO III.

Già si suppone come cosa notissima, che la minor ragione deve sottrarsi dalla maggiore; che se per isbaglio s' invertisse l' ordine, ben tosto l' errore si farebbe manifesto; poichè risulterebbe la differenza in una Ragione inversa delle due date. (Zarlino la chiama negativa.)

Infatti sottratta $\frac{3}{4}$ da $\frac{2}{3}$ sarebbe la differenza $\frac{9}{8}$ la quale è una Ragione di minor inegualità, mentre le due prime sono d' inegualità maggiore. Nè di ciò può dubitarsi, poichè $\frac{1}{9}$ è meno certamente di $\frac{1}{8}$. Questa osservazione, ed avvertimento che si dà ai Giovani, sarà loro utile, ed anche comodo nel caso che da sottrarre lor si presentino due Ragioni, ove la maggiore non sia facile a scorgersi.

ARTICOLO IV.

Si eſtraggono bensì le radici dai numeri; ma non ſi poſſono già ugualmente eſtrarre dalle conſonanze, o Ragioni Muſicali. Di queſte perciò trattandoſi: *eſtrar la radice* non è altro (a detta dello ſteſſo Zarlino (*a*)), che ridurre ai ſemplici, e primi ſuoi termini (che poſſono anche chiamarſi *radicali*) le Ragioni compoſte, vale a dire, eſpreſſe da numeri maggiori. Così la terza maggiore, per eſ. eſpreſſa nei termini compoſti $\frac{45}{36}$ ſi riduce alla ſua ſemplicità di $\frac{5}{4}$ col mezzo del 9. diviſor comune: avvertendo che codeſto diviſore ſuol eſſer la differenza dei dati numeri.

Che ſe molte ſieno le Ragioni da ridurſi a' primi termini, il conſueto univerſal metodo verrà in acconcio, e il prodotto dei diviſori ſarà lo ſteſſo diviſor comune. Sia dunque, per eſ.

4) 360. 240. 180. 144. 120. A
3) 90. 60. 47. 36. 30.
30. 20. 15. 12. 10. B
$\frac{3}{2}$ $\frac{4}{3}$ $\frac{5}{4}$ $\frac{6}{5}$

Qui poi per diviſor comune intendo il prodotto dei due diviſori 3 × 4; ed infatti diviſi li numeri A. per 12, ne riſultano li numeri B che ſono i più ſemplici, e fra ſe primi. Sono queſti gli ſteſſi numeri propoſti dal Zarlino (*b*), e dal confronto del ſuo col noſtro metodo di riduzione, rileveraſſi la maggior facilità, e chiarezza del noſtro, in cui il prodotto de' due diviſori 4. e 3. eſprime il diviſor comune, per cui a' primi e radicali termini ſi riducono le quattro propoſte Ragioni.

(*a*) Iſtituz. arm. c. 43.
(*b*) Parte I. c. 35.

CAPITOLO IX.

Della Proporzione Armonica.

FRa le molte Proporzioni noverate dagli antichi Geometri ed Aritmetici tre ſono le principali, cioè la Geometrica, l' Aritmetica, e l' Armonica. Di queſta però, che direttamente riſguarda la Muſica, in preferenza ſembrami doverſi trattare.

ARTICOLO I.

Dico dunque, che qualora di tre dati numeri il mezzo è tale, che le differenze ſieno direttamente proporzionali agli eſtremi, la Proporzione è Armonica; ed a ciò in ſoſtanza riduceſi la proliſſa definizione, che ne danno gli Autori (*a*).

Di codeſta Proporzione molte, e varie ſono le proprietadi. Fra tutte però una ſola ne rammento, anche da Nicomaco riferita (*b*), poichè ſembrami ben particolare, e degna di ſpecial rifleſſione.

Infatti dati tre numeri in proporzione Armonica la ſomma degli eſtremi moltiplicata pel mezzo trovaſi coſtantemente in ragion dupla del prodotto degli eſtremi. Dati per tanto li numeri, per eſ. $6 . 3 . 2$. ſarà $6 + 2 \times 3 = 24$; e $6 \times 2 = 12$: ma $\frac{24}{12} = \frac{2}{1}$; dunque codeſta proprietà è incontraſtabile. L' Armonia dunque è appoggiata alla Dupla: col mezzo della Dupla ſi replicano li ſuoni in acuto: nella Dupla ſi contengono tutte le ſemplici conſonanze: due Duple, nè tre, nè quat-

(*a*) *Harmonica, ſive Muſica proportio eſt, quando tres numeri ita ordinantur, ut eadem ſit ratio maximi ad minimum, quæ differentiæ inter majores duos ad duos minores: ita ut nec eadem inter eos ſit differentia, ut in arithmetica, nec eadem proportio, ut in geometrica.*

(*b*) *Proprium autem ejuſmodi medietatis eſt, quod additis inter ſe extremis, & a medio multiplicatis, is qui prodit duplus efficiatur ejus qui ab extremis fit umeri ante longioris.* Arithm. p. 157.

quattro giungono mai a formar dissonanza; ma di ciò parleremo altrove più di proposito.

ARTICOLO II.

Dati due numeri si cerca il mezzo armonico, onde risulti nei suoni la più perfetta combinazione armonica. Li Geometri perciò ne danno la seguente formula generale $x = \frac{2\,ab}{a+b}$

Essa corrisponde in fatti egregiamente, e scioglie il problema. Sia per es. la dupla (l' ottava) $\substack{a.\,b.\\ 2.\,1.}$ sarà $2.\ \frac{4}{3}.\ 1 = 6.4.3.$

Qui convien avvertire il giovane lettore, che la musica scienza non tratta già di numeri e proporzioni astratte ma bensì di esse relativamente sempre al suono, che dev' esser con precisione, da un' aliquota della corda sonora, indicato. Ora la data formula scioglie il problema con una frazione, che non indica, nè può indicar suono preciso. Convien perciò ridurla a semplice numero col moltiplicare i due estremi pel denominatore della frazione, rimanendo nel numeratore segnato ed espresso il mezzo della ragione data. Così nell' addotto esempio gli estremi 2 e 1 $\times$ 3 = 6. 3; il 4 segna il mezzo armonico ricercato. $6.\ 4.\ 3 = \substack{2.\,3.\,4.\\ F\ C\ F}$ cioè $\frac{1}{2}.\ \frac{1}{3}.\ \frac{1}{4}$. Codesto metodo servir deve in ogni altro simile caso.

Un altro metodo però ci si presenta più facile, ed ugualmente sicuro; dividendo cioè il prodotto dei dati numeri pel mezzo aritmetico: e sarà questi il mezzo armonico ricercato. Così data la Tripla, sarà $3.\ \frac{3}{2}.\ 1 = 6.\ 3.\ 2.$

La dimostrazione poi di questo metodo dipende dall' esser fra di loro costantemente geometrici li due mezzi aritmetico, ed armonico; che però, a vicenda, dato l' uno, l' altro si manifesta.

V' è pur anco in questo metodo il vantaggio, che con una sola operazione ambidue li mezzi si ravvisano fra gli estre-

eſtremi. Come a dire nel caſo noſtro 6. 4. 3. 2; mezzo aritmetico il 4; armonico il 3.

Analogo a queſto ſcorgeſi pur anche il metodo in uſo preſſo i Muſici; poichè data la tripla aritmetica 3. 2. 1. trovano il mezzo armonico, moltiplicando 3×2; 3×1; $2 \times 1 = 6.3.2.$

L' andamento poi di codeſta operazione facilmente rilevaſi, qualora ſi rifletta, 1.° che le due proporzioni armonica, ed aritmetica ſono fra di loro inverſe; 2.° che nell' armonica la maggior ragione ſta nel grave, e la minore nell' acuto: laddove nell' aritmetica la minor ragione ſta nel grave, e la maggiore nell' acuto.

Qualora dunque s' inverta l' ordine delle Ragioni, la proporzione aritmetica ſi traſforma certamente in armonica. Così data l' aritmetica tripla proporzione $3.\overset{5.^a}{\frown}2.\overset{8.^a}{\frown}1.$, ſe col 3. ſi moltiplica 2 e 1. ſaranno li prodotti 6. 3. cioè l' 8.ª, che era nell' acuto, trasferita nel grave; moltiplicati poi 3 e 2 per 1., ſarà la 5.ª, che ſtava nel grave, trasferita nell' acuto al modo che ſegue: $6.\overset{8.^a}{\frown}3.\overset{5.^a}{\frown}2.$, ed ecco traſformata la proporzione aritmetica in armonica. In tal guiſa operavaſi dai Muſici anticamente, e perciò anche il Zarlino (*a*) ne dà lo ſteſſo inſegnamento, ſenza però ſvelar l' origine e la cagione della metamorfoſi, che fin ora per mio credere non fu avvertita. Ad ogni modo però, metodo migliore in que' tempi eſſervi non poteva.

Da che poi ſi è ſcoperta la ſerie armonica ne' ſuoni indicati, ed eſpreſſi dalle minime aliquote dell' ordinata diviſione della corda ſonora, abbiamo la tripla armonica ne' termini più ſemplici $1.\frac{1}{2}.\frac{1}{3}.$ e così tutte le altre occorrenti proporzioni; ſoltanto che ſi raddoppino i termini, ſe ſono contigui. Perciò l' ottava $1.\frac{1}{2}.$ per eſ. diverrà armonica toſto che fra codeſti termini raddoppiati pongaſi $\frac{1}{3}$.

A R-

(*a*) Parte I. c. 39.

ARTICOLO III.

La proporzione armonica formaſi non ſolo collocando un mezzo fra gli eſtremi dati; ma pur anco aggiungendo alli due dati termini il terzo armonico.

Per ciò fare propongono li Geometri la ſeguente formola $x = \frac{a \quad b}{2a - b}$ che ſcioglie il problema, come ognuno può accertarſi colla ſperienza, dati per eſ. li due termini $\begin{matrix} a & . & b. \\ 5 & . & 4 \end{matrix}$

Io però propongo un altro metodo pratico; ed è di premettere alli due dati un termine, che formi con eſſi proporzione aritmetica: e nel modo ſegnato nel precedente Art. ridotti a proporzione armonica, riſulterà il terzo armonico ricercato. Sia dunque per eſ. 5. 4, cui premettaſi il *6.*, ſaranno in proporzione aritmetica *6*. 5. 4; e *6* $\times$ 5. *6* $\times$ 4. 5 $\times$ 4 $=$ 30. 24. 20. in proporzione armonica; la qual coſa riviene allo ſteſſo ſteſſiſſimo, che opera la ſegnata forma algebrica. Avvertaſi però, che nel metodo da me propoſto devono li due dati termini formar una ragione, non di minore, ma bensì di maggiore inegualità.

Propoſti poi due termini della ſerie armonica, per eſ. $\frac{1}{4}$. $\frac{1}{5}$, ne viene toſto per terzo $\frac{1}{6}$; e qualunque ſieno li termini dati, purchè ſi ſerbi la ſteſſa diſtanza fra li denominatori, ſarà ugualmente facile trovare il terzo armonico.

Dati perciò e. gr. $\frac{1}{2}$. $\frac{1}{5}$, ſarà $\frac{1}{8}$ il terzo armonico ricercato, perchè $2 + 3 = 5$; e $5 + 3 = 8$.

CAPITOLO X.

Della Proporzione Aritmetica.

SOno fra di loro inverse le due proporzioni armonica, ed aritmetica, poichè in ambedue veggonsi fra i medesimi estremi le stesse ragioni inversamente collocate; cioè nell' armonica la maggiore nel grave, e la minore nell' acuto, mentre per l' opposto nell' aritmetica trovasi nel grave collocata la minore, e la maggiore nell' acuto. Dati dunque tre termini consonanti in proporzione armonica; siccome anche inversi, ed in proporzione aritmetica sono tuttavia consonanti; perciò di questa proporzione convien trattare, per esser anch' essa, non per un sol titolo, famigliare alla Musica, come in appresso si vedrà, parlando de' modi, delle cadenze, della relazione che fra di loro serbano alcune proporzioni, ecc.

ARTICOLO I.

Li Geometri considerano solamente nell' aritmetica proporzione la stessa costante differenza, come rilevasi dalla definizione, che gli Aritmetici unitamente ne danno (*a*), e però sostengono, che non è vera proporzione. Io però asserisco, che dovunque è analogia, ivi è pur anche proporzione vera e reale. Nell' armonica certamente l' analogia è manifesta fra gli estremi, e le differenze; e nell' aritmetica v' è tale analogia fra gli estremi, e i mezzi (da altri fin ora mai avvertita) onde si fa manifesto, ch' ella è vera proporzione, e che altri lumi, e vantaggi da essa scaturiscono.

(*a*) *Arihmetica proportio est, quando tres, vel plures numeri per eandem differentiam progrediuntur.*

ARTICOLO II.

Dati dunque quanti termini si vogliano in proporzione Aritmetica dico, che l' analogia sta nel numero degli estremi e dei mezzi, colle rispettive loro somme. Quindi ne risulta in chiari termini il canone: *Come il numero degli estremi al numero dei mezzi, così è la somma degli estremi alla somma dei mezzi*. E però dati per es. li seguenti numeri 3. 5. 7. 9. 11. 13. 15. dico che $2 : 5 :: 18 : \frac{5 \times 18}{2}$; perchè due sono gli estremi, e cinque i mezzi: la somma degli estremi è 18, e quella de i mezzi 45.

Quindi rilevasi, perchè dati quattro numeri in tale proporzione, la somma degli estremi è uguale a quella dei mezzi; e dati tre numeri solamente, la somma degli estremi è doppia del mezzo. Così però deve essere, e non altrimenti, perchè nel primo caso gli estremi, e i mezzi sono come 2 a 2; laddove nel secondo caso sono come 2 a 1.

La somma poi di quanti si voglian termini in serie aritmetica rilevasi in più modi; e questi sono insegnati dai Geometri, e con diligenza raccolti dal P. Clavio (*a*). In nuova maniera però, e forse più agevole, dall' accennato mio metodo può rilevarsi, unendo cioè la somma dei mezzi a quella degli estremi, che all' occhio si palesano, come sono nell' addotto esempio $45 + 18 = 63$.

ARTICOLO III.

La metà della somma di due dati numeri, è il mezzo aritmetico; facilissimo perciò a trovarsi: che se la somma è un numero impari, basta duplicare i termini, e tosto ne risulta il mezzo. Occorrendo però di cercare il mezzo aritmetico fra due

(*a*) Ad defin. 4. lib. 5. Eucli.

due termini della serie armonica, per es. fra $\frac{1}{3}$. $\frac{1}{6}$, non è poi la cosa ugualmente facile, poichè conviene ricorrere alla formola, ovvero al metodo descritto nel Cap. antecedente, Art. III.

Ivi si è detto, che le uguali distanze fra li denominatori indicano la proporzione armonica: ora per l' opposito dico, che le differenze proporzionali agli estremi indicano la proporzione aritmetica. Perciò siccome sono armonici $\frac{1}{2}$ $\frac{1}{3}$ $\frac{1}{4}$. così sono aritmetici $\frac{1}{3}$ $\frac{1}{4}$ $\frac{1}{6}$, e generalmente parlando, dati fra due estremi li due mezzi aritmetico, ed armonico, v. gr. 6. 8. 9. 12. (dovendosi intendere codesti numeri, [giusta la domanda 3.ª] come divisori dell' Unità) l' 8. è il mezzo aritmetico, ed il 9. il mezzo armonico. Che se vogliansi considerare come numeri interi, sarà per l' opposto il 9. mezzo aritmetico, e l' 8. mezzo armonico: in tal caso però, rettamente operando, devono scriversi li numeri inversamente, cioè 12. 9. 8. 6. attesochè l' armonia per natura sua procede dal grave all' acuto, e non altrimenti, come già s' è detto.

ARTICOLO IV.

Nel modo stesso della Proporzione armonica, anche l' aritmetica formasi (dati due termini) coll' aggiungervi un terzo; e nelli numeri interi con tutta la facilità questi si rinviene, essendo patente l' uguaglianza delle distanze. Non però con pari facilità trovasi il terzo aritmetico nei numeri della serie armonica. Già si è detto nel precedente Art., che usando codeste frazioni, tre numeri in proporzione aritmetica portano nei denominatori le differenze proporzionali agli estremi. Dunque dati due tali numeri deve cercarsi il terzo aritmetico col mezzo della formula assegnata, per trovare il terzo armonico nei numeri interi, cioè $x = \frac{ab}{2a-b}$ Così dati per es. $\frac{1}{3}$. $\frac{1}{4}$, che in compendio si scrivono, come già si è detto, 3 . 4 . sarà il terzo aritmetico $\frac{12}{6-4} = \frac{12}{2} = \frac{6}{1}$; dunque 3 . 4 . 6 . cioè $\frac{1}{3}$. $\frac{1}{4}$. $\frac{1}{6}$. sono in proporzione aritmetica, ed $\frac{1}{6}$ è il terzo aritmetico ricercato.

CAPITOLO XI.

La proporzione aritmetica, in qualunque aggregato di numeri interi, si converte in armonica, qualora come divisori dell' Unità gli stessi numeri sieno considerati.

E' Cosa di fatto e di comune consenso, che le due serie armonica ed aritmetica sono inverse l' una dall' altra, come già si è accennato; e per necessaria conseguenza qualunque progressione di numeri interi in proporzione aritmetica si trasforma e converte in proporzione armonica, tosto che come divisori dell' Unità s' intendano quegli stessi numeri: la qual cosa non ammette dubbio alcuno, imperciocchè sono aritmetici 1. 2. 3. 4. 5. ecc. e sono armonici 1. $\frac{1}{2}$ $\frac{1}{3}$ $\frac{1}{4}$ $\frac{1}{5}$ ecc.

Della proporzione armonica in tre soli termini ristretta, o per un mezzo frapposto, o per un terzo aggiunto agli estremi, si è parlato abbastanza, (Cap. IX.) e qualora le differenze sono in pari numero, cioè 4, o 6, o 8 ecc. si sommano in tal caso 2 a 2; 3 a 3; 4 a 4, ecc. e l' analogia fra gli estremi e le differenze riesce a dovere, atteso che si riducono per tal modo a tre solamente li 5, o 7, o 9 termini.

Ma della proporzione armonica in pari termini non per anco s' è fatta parola; mentre essendo in tal caso dispari le differenze, rimane a sapersi come s' abbiano a combinare, per salvar l' analogia fra gli estremi, e le differenze medesime. Alcuni si liberano da ogni difficoltà, asserendo che in qualunque progressione armonica agevolmente si forma la dovuta analogia di tre in tre termini: nè perciò v' è bisogno di altre formule. Questi però mi rammentano il Grand' Alessandro, allorchè colla spada sciolse il nodo Gordiano.

Altri però così non pensano, ed è comune opinione fra i Geometri, che quattro numeri sono in proporzione armonica, allor-

allorchè la differenza fra i due primi termini è alla differenza fra li due ultimi, come il primo numero al quarto. Veggo dunque (in conformità di queſto canone), veggo non ſenza ammirazione propoſto dal Chambers il ſeguente eſempio.

$$\begin{array}{ccccccc} & \frac{3}{2} & & \frac{4}{3} & & \frac{4}{3} & \\ 24. & & 16. & & 12. & & 9; \\ & 8 & & & & 3 & \end{array}$$ analogia $24 : 9 :: 8 : 3$.

Ma ſcorgo qui traſcurata la differenza 4 fra 16 e 12, nè intendo il perchè. Oſſervo in oltre nei ſuddetti numeri due ſeſquiterze (due quarte), la qual coſa direttamente ſi oppone alla proporzione armonica, che di ſua natura procede per ragioni ſempre diverſe dal grave all' acuto.

Dico per tanto, che la ſurriferita proporzione in fatto coſta di tre termini, ed in apparenza ſolamente ſcorgeſi di quattro, nei quali ſi veggon due ragioni diſgiunte: e però ridur ſi poſſono li quattro numeri alle due ſeguenti proporzioni veramente armoniche, cioè

$$\begin{array}{ccccc} & \frac{3}{2} & & \frac{4}{3} & \\ 24. & & 16. & & 12; \end{array}$$ analogia $24 : 12 :: 8 : 4$.

$$\begin{array}{cccccc} & & \frac{3}{2} & & \frac{3}{4} & \\ \text{ovvero} & 18. & & 12. & & 9; \\ & & 6 & & 3 & \end{array}$$ analogia $18 : 9 :: 6 : 3$.

Ecco dunque ſvelata l' illuſione, da cui ſono rimaſti ſorpreſi tutti quelli, che queſto punto hanno trattato.

Così pure nell' Ozanam veggo propoſti li quattro ſeguenti numeri.

$$\begin{array}{ccccccc} & \frac{3}{2} & & \frac{2}{1} & & \frac{2}{1} & \\ 2. & & 3. & & 6. & & 12; \\ & 6 & & & & 1 & \end{array}$$ analogia $2 : 12 :: 1 . 6$.

Ed anche in queſta proporzione li quattro termini contengono due duple: ſimile abbaglio del precedente eſempio. Ridotti per tanto alle ſole due ragioni in eſſi contenute, di queſti

pure

Pure si formeranno due simili proporzioni di tre termini.

$\frac{3}{2}$ $\frac{2}{1}$

2. 3. 6; analogia $2 : 6 :: 1 : 3$.

1 3

$\frac{3}{2}$ $\frac{2}{1}$

ovvero 4 6. 12; analogia $4 : 12 :: 2 : 6$.

2 6

Aggiunge lo stesso Autore un altro esempio in quattro termini, ne' quali veggonsi disgiunte le due ragioni, che in tre termini soli formano la proporzione armonica; e sono li seguenti. $8 . 6 . 5 . 4 . = \frac{1}{3} . \frac{1}{4} . \frac{1}{5} . = 20 . 15 . 12$.

2 1 5 3

Qui si veggono manifestamente interpolate le due ragioni $\frac{6}{5} . \frac{5}{4}$, che di fatti negl' indicati tre termini formano la proporzione armonica vera.

In simiglianza di quest' ultimo esempio, posso ancor io proporre il seguente. $12 . 9 . 5 . 4$; analogia $12 : 4 :: 3 : 1$.

3 1

Ma tutta fatica gettata, perchè fondata sul falso. Si conchiude per tanto, che il metodo fin ora usato per istabilire l'analogia delle differenze coi quattro numeri in proporzione armonica è fallace. E tanto più liberamente lo asserisco, da che un dottissimo, ed insigne Geometra se n' è confessato persuaso.

Ora qui si parla di qualunque aggregato di numeri armonici, o sia una serie, o una progressione continua, ovvero discreta e disgiunta. Quindi è, che essendo aritmetici e. gr. $2 . 3 . 5 . 6$; dico che sono in proporzione armonica $\frac{1}{2}\ \frac{1}{3}\ \frac{1}{5}\ \frac{1}{6}$. Così pure essendo aritmetici $1 . 4 . 5 . 8$. sono per conseguenza armonici $1 . \frac{1}{4} . \frac{1}{5} . \frac{1}{8}$. Convien dunque stabilire una formula generale, onde possa dedursene in ogni caso la dovuta analogia. E poichè la proporzione armonica può essere continua, o discreta, perciò separatamente dell' una, e dell' altra tratteremo.

ARTICOLO I.

Dati dunque quanti ſi voglian termini, o numeri in proporzione *armonica continua*, dico che ſarà l' analogia del ſeguente tenore: *Come la ragione degli eſtremi al numero dei mezzi, così la prima differenza alla ſomma di tutte le rimanenti*. Eccone un eſempio.

A. Dati li ſeguenti numeri armonici (cioè diviſori dell' unità) 1. 2. 3. 4. 5. *6*. ſarà l' analogia, $6 : 4 :: \frac{1}{2} : \frac{4}{12}$. Vale a dire, $6 : 4 :: 12 : 8$. e per un Geometra ho detto quanto baſta; ma per gl' ineſperti giovani conoſco neceſſaria una più diffuſa ſpiegazione.

La ragione dunque degli eſtremi ſi eſprime col mezzo del ſuo eſponente, che nell' addotto eſempio è *6*; il numero dei mezzi ſi manifeſta all' occhio.

Le differenze, che ſono eſpreſſe in frazioni, facilmente ſi riducono a numeri interi, col ridurle ad un comune denominatore. Che ſe l' eſponente foſſe una frazione propria, queſto pure aſſieme col numero intero nel modo ſteſſo ſi riduce.

Eſempio B. $\dfrac{3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 8 .}{\frac{8}{3} \cdot \frac{4}{1} = 8 \cdot 12 = 2 \cdot 3 .}$

ſarà dunque l' analogia $2 : 3 :: 32 : 48$:

In conferma di quanto ho detto baſta ridurre li numeri armonici a' numeri aritmetici, o ſia interi, per chiaramente rilevarne la verità. Sia dunque per il 1.° eſempio, A. $60 = 1$; e per il 2.° B. $280 = \frac{1}{3}$. Sarà quindi coſa facile il ſegnar li rimanenti numeri colle loro riſpettive differenze. L' uſo però dei numeri armonici è ſenza dubbio più ſemplice, e più ſpedito per chiunque ſe gli ſia familiarizzati. Così negli adotti due eſempj.

A. 1 . 2 . 3 . 4 . 5 . *6*.

$\underbrace{1 \quad \overset{1}{} \quad 1}_{2} \underbrace{\qquad 4 \qquad 1}_{12}$

1 . a $\frac{1}{6}$, come *6*. a 1; il nume-

ro

ro dei mezzi è 4; le due differenze ridotte ad un denominator comune, sono 12, e 8; dunque l'analogia $6:4::12:8$. è manifesta.

$$B.\ \underbrace{3 . 4}_{1} \underbrace{. 5 . 6 . 7 . 8 .}_{4}$$

12 32

$\frac{1}{3}$ ad $\frac{1}{8}$ sta come 8 a 3; il numero dei mezzi è 4. Ma $\frac{8}{3}$ a $\frac{4}{1} = \frac{8}{3} . \frac{12}{3} = 8 . 12 = 2 . 3$. Le due differenze ridotte sono 32. 48. quindi ne risulta l' analogia $2 : 3 :: 32 : 48$.

ARTICOLO II.

Dalla proporzione continua passando poi alla discreta veggomi in necessità di premettere la spiegazione, ovvero sia la distinzione dei due termini *distanza*, e *differenza*, che quai sinonimi vengono comunemente presi e considerati, mentre non sempre tali sono. Infatti nella serie armonica posti per es. $\frac{1}{2} . \frac{1}{3} . \frac{1}{5}$. le distanze sono 1, e 2; ma le differenze sono $\frac{1}{6}$ e $\frac{2}{15}$. quindi si fa manifesto, che la *distanza* vien indicata dal solo numeratore, laddove la *differenza* è composta, e formata dal numeratore, e denominatore insieme. Nella serie aritmetica bensì distanza, e differenza sono sinonimi per la ragione che l' unità costantemente è il denominatore; ed è noto che tali numeri si risolvono nei soli numeratori; dai quali vengono espresse le distanze.

Ciò presupposto dico, che nella proporzione armonica discreta l' analogia è del seguente tenore. *Come la ragione degli estremi moltiplicata nella distanza del 1.° al 2.° termine, alla distanza del 2.° all' ultimo; così la differenza del 1.° al 2.° termine a quella del 2.° all' ultimo.*

Eſempio 2 . 5 . 7 . 10 .

I 3 I 5 I

10 50

Queſti quattro numeri, conſiderati come interi, ſono certamente in proporzione aritmetica, dunque come diviſori dell' Unità ſono in proporzione armonica, come già ſi è detto. Le diſtanze, e le differenze vi ſi veggono ſegnate, dunque l' analogia ſarà

$$5 \times 3 : 5 :: \tfrac{3}{10} : \tfrac{5}{50} . = 15 : 5 :: 150 : 50 . = 3 : 1 :: 15 : 5 .$$

Sia un altro Eſempio. 1 . 4 . 5 . 8 .

I 3 I 4 I

4 32

Analogia

$$8 \times 3 : 4 :: \tfrac{3}{4} : \tfrac{4}{32} . = 24 : 4 :: 96 : 16 . = 6 : 1 :: 48 : 8 .$$

Mi luſingo pertanto, che ormai ſia abbaſtanza provato il mio aſſunto. Per vieppiù confermarlo però ſoggiungo, che queſt' ultima formula, o metodo racchiude in ſe ſteſſo anche l' altro ſegnato nell' Artic. I. ed in oltre aſſeriſco, che a queſto ſteſſo metodo ſi riduce l' antico e comune intorno ai tre numeri in proporzione armonica; atteſo che ſe dei tre numeri in proporzione armonica le differenze devon eſſere direttamente proporzionali agli eſtremi, certamente quelle ſteſſe differenze ſaranno pur anche proporzionali all' eſponente della ragion degli eſtremi, ragguagliato al numero dei mezzi (Art. I.)

Un Eſempio lo fa manifeſto 3 . 4 . 5 .

I 1 I 1 I

12 20

Analogia $\tfrac{5}{3} : \tfrac{1}{1} :: \tfrac{1}{12} : \tfrac{1}{20} = 5 : 3 :: 20 : 12 .$

Che

Che poi l' antico metodo di analogia, riſpetto a tre numeri in proporzione armonica ſi riduca e riſolva nell' ultimo noſtro (Art. II.) è coſa facile da rilevarſi; poichè le differenze ſi ſcorgono proporzionali all' eſponente, moltiplicato nella diſtanza del 1.° al 2.° ragguagliato alla diſtanza del 2.° al 3.°

Eſempio. $1 \cdot 3 \cdot 5$

$$\underbrace{1 \quad 2 \quad 1}_{3} \underbrace{\quad 2 \quad 1}_{15}$$

Analogia $5 \times 2 : 2 :: \frac{2}{3} : \frac{2}{15} . = 10 : 2 :: 30 : 6 . = 5 : 1 :: 15 : 3.$

CAPITOLO XII.

Della Proporzione Contr' Armonica.

CHiamanſi in Proporzione Contr' Armonica ſino ab antico tre numeri, le cui differenze ſono in ragione inverſa degli eſtremi. Tali ſono perciò $6 \,.\, 5 \,.\, 2$; e $6 \,.\, 5 \,.\, 3$,
$1 \quad 3 \qquad 1 \quad 2$
eſſendo 1 a 3, inverſa di 3 a 1, cioè di 6 a 2; e 1 a 2, inverſa di 2 a 1, cioè di 6 a 3.

Io però ſento altrimenti, e ſono di parere, che con nome più adattato e proprio, deve codeſta proporzione chiamarſi *Armonica-inverſa*, atteſo che in qualunque Ragione ſono comuni di fatto le ſteſſe differenze, tanto alla proporzione Contr' Armonica, quanto all' Armonica: ſe non che in queſta ſono direttamente, ed in quella inverſamente proporzionali agli eſtremi. La ragione ſembrami forte, chiara, e convincente: nè più giova innoltrarmi in una queſtione di nome.

ARTICOLO I.

Agevolmente trovaſi il mezzo Contr' Armonico fra due dati numeri, dividendo la ſomma dei due quadrati per la ſomma delle radici; ciò che meglio ſi rileva dalla ſeguente formula $x = \frac{a^2 + b^2}{a + b}$.

Se dunque ſi cerchi il mezzo Contr' Armonico nella ragione p. e. 3 . a 2 . ſarà il mezzo ricercato $\frac{9 + 4}{3 + 2} = \frac{13}{5} = 15 \,.\, 13 \,.\, 10.$
$2 \quad 3$

Io però (come ſi è fatto parlando del mezzo Armonico) conſiderato il vicendevole rapporto anche dei due mezzi Armonico, e Contr' Armonico, che formano cogli eſtremi una proporzione aritmetica, dico che facilmente trovaſi il mezzo

Contr'

Contr' Armonico, ſottraendo dalla ſomma degli eſtremi il mezzo Armonico. E perciò dati per eſ. li tre Armonici *6*. 4. *3*: ſe da *9*. ſi levi 4; il reſiduo 5. sarà il mezzo Contr' Armonico ricercato; perchè $6 + 3 - 4 = 5$. e poſti tutti in ordine riſultano li quattro numeri *6*. 5. 4. 3; li cui corriſpondenti ſuoni fra di loro ſono aritmetici.

ARTICOLO II.

Fra gli eſtremi dunque dell' 8.ª li due mezzi Armonico, e Contr' Armonico formano uniti inſieme l' intero accordo di 3.ª minore, d' onde prende la vera ſua origine il Modo minore; e ſcorgeſi così qual forza, ed uſo abbia il mezzo Contr' Armonico nella Muſica. In oltre codeſto mezzo ne produce un altro fin ora incognito, perchè non oſſervato da alcuno: ma di queſto ſi parlerà nel Cap. XIV.

ARTICOLO III.

Sembrami di non dover qui tacere la proprietà, che al mezzo Contr' Armonico s' attribuiſce da Boezio (*a*), cioè che il prodotto del maggior eſtremo col mezzo è doppio del prodotto del mezzo coll' eſtremo minore. Non è però codeſta una proprietà, poichè ſi verifica ſolamente nella Ragione dupla. Pel contrario è coſa altrettanto certa, che gli accennati prodotti ſono coſtantemente proporzionali agli eſtremi della data Ragione.

Infatti ſieno a. b. c. li dati numeri in proporzione Contr' Armonica, dico che ſarà ſempre ab : bc :: a : c; e però dati e. gr. *6*. 5. 2; ne riſultano 30 : 10 :: 3 : 1. e da

(*a*) *Eſt autem proprium hujus medietatis, quoniam quod continetur ſub maximo termino, & medio duplum eſt eo quod continetur ſub medio, atque parviſſimo.*
Arithm. lib. 2. cap. 51.

da 20. 17. 12. nafce l' analogia 340 : 204 :: 5 : 3. E così deve effere, data qualunque Ragione, per la XVII. del libro VII. di Euclide. (*a*)

(*a*) *Si numerus multiplicans quotcunque numeros totidem genuerit numeros; erunt geniti multiplicatis proportionales.*

CAPITOLO XIII.

Della Proporzione Geometrica.

E' Talmente nota codesta proporzione, che inutile affatto sembra di parlarne; e perciò taluno forse trapasserà questo Cap. al solo apparirne del titolo. Nondimeno io non posso dispensarmi dal trattarne, atteso che in modo particolare, e ben diverso dal comune dev' essere dal Musico considerata; riflettendo in oltre, che nella rigorosa proporzione geometrica gli estremi sono in proporzione duplicata delle differenze.

In fatti ognun sa, che 1. 3. 9., e 4. 6. 9. sono in proporzione geometrica; ma non sanno, o non s' avveggono, che nella Musica lo sono ugualmente 1. 6. 9., e 2. 3. 9., e 2. 6. 9. ecc. poichè li corrispondenti suoni sono sempre in sostanza li medesimi, essendo tutti equisoni di 1. 3. 9., e di 4. 6. 9., e gl' intervalli che risultano da quei numeri, benchè non geometrici a rigore, sono però di *natura Geometrica*, e tanto basta all' uopo nella Musica; ciò che più diffusamente sarà spiegato, allorchè si parlerà delle dissonanze, che non d' altronde nascono, se non dalla proporzione Geometrica.

Aggiungo che la proporzione Geometrica non può farsi mai nella Musica, ponendo un mezzo fra i due estremi dati, attesochè di qualunque semplice, o composta consonanza, eccettuatane la doppia 8.ª, o sia 15.ma, non è assegnabile in numeri il mezzo Geometrico; e perciò sempre mai viene formata dal terzo proporzionale: ecco dunque un' altra eccezione, e particolarità della Musica nel proposito. Che se di due dissonanze insieme occorra valersi, anche di un quarto proporzionale convien far uso, come si vedrà a suo luogo; e poichè abbastanza ho indicata con poche parole la diversità che passa fra il Geometra, ed il Musico nell' apprezzare la proporzione Geometrica, altro qui non aggiungo.

CAPITOLO XIV.

Della Proporzione Contro-geometrica.

SI è osservato (Cap. X. Art. II.) che posti fra gli estremi della ottava li due mezzi armonico, e contr'armonico, o sia armonico inverso, ne risulta l' intero accordo di 3.ª minore: essendo li quattro numeri *6*. 5. 4. 3; e li suoi corrispondenti suoni in continua proporzione aritmetica. Quindi è che naturalmente si offrano in riflesso anche li quattro numeri della serie armonica $\frac{1}{3}.\frac{1}{4}.\frac{1}{5}.\frac{1}{6}$. che danno ne' suoi corrispondenti suoni l' intero accordo di 3.ª maggiore nella sua terza armonia, come si vedrà nel Libro III.

Siccome però è cosa certa, che il primo dei due mezzi cioè $\frac{1}{4}$ è mezzo aritmetico fra gli estremi, così l' altro mezzo, cioè $\frac{1}{5}$ non è assolutamente alcuno dei cogniti. *Rebus novis nova nomina*: io dunque lo chiamo *mezzo contro-geometrico*; atteso che mentre nella proporzione Geometrica gli estremi sono in ragione duplicata delle differenze (Cap. XIII.) in questa per l' opposto le differenze sono in ragione duplicata degli estremi; ed acciò più chiaramente la verità si rilevi ne darò gli esempj, usando numeri interi, come più adattati alla comune intelligenza. Sia dunque la proporzione

Geometrica	4 .	2 .	1 .
differenze		2	1

Proporzione Contro-geometrica	10 .	*6* .	5 .
differenze		4	1

Ciò posto sembrami il nome assai adattato, e confacente alla di lui natura; cosicchè debbasi in ciò senza difficoltà convenire.

ARTICOLO I.

E poichè ha relazione il mezzo contro-geometrico coll' armonico-inverso detto comunemente *contr' armonico*, (come che geometrici fra di loro). Dividendo perciò il prodotto degli estremi pel mezzo armonico-inverso, risulta tosto il mezzo contro-geometrico.

Eccone l' esempio nella dupla. Dati $6 \,.\, 5 \,.\, 3$. in pro-
$\underline{1 \quad 2}$
porzione armonica-inversa, deve essere il suo corrispondente, cioè il mezzo contro-geometrico $\frac{6 \times 3}{5}$; e il risultato sarà $30.18.15 = 10 \,.\, 6 \,.\, 5$. Nella Tripla del pari dati $6 \,.\, 5 \,.\, 2$.
$\underline{4 \quad 1}$ $\underline{1 \quad 3}$
in proporzione armonica-inversa sorge il mezzo contro-geometrico $\frac{6 \times 2}{5}$, e la proporzione si manifesta in $30 \,.\, 12 \,.\, 10 \,. = 15 \,.\, 6 \,.\, 5$.
$\underline{9 \quad 1}$

ARTICOLO II.

Qualora poi fra due dati numeri vogliasi il mezzo contro-geometrico, indipendentemente da altro precedente mezzo, convien ricorrere alla formula algebrica, ed è la seguente $x = \frac{ab^2 + ba^2}{a^2 + b^2}$ che ridotta alla pratica nella Ragione dupla $\frac{1}{2}$ sarà $2 \,.\, \frac{2 + 4}{4 + 1} \,.\, 1 = 2 \,.\, \frac{6}{5} \,.\, 1 = 10 \,.\, 6 \,.\, 5$. come sopra si è veduto, e praticata nella
$\underline{4 \quad 1}$
Tripla, sarà $3 \,.\, \frac{3 + 9}{9 + 1} \,.\, 1 = 3 \,.\, \frac{12}{10} \,.\, 1 = 30 \,.\, 12 \,.\, 10 \,. = 15 \,.\, 6 \,.\, 5$. parimenti, come nel precedente Art.
$\underline{18 \quad 2}$ $\underline{9 \quad 1}$

E ſiccome a bello ſtudio affine di procurarmi la maggior brevità poſſibile, ho traſcurato di parlare del terzo armonico-inverſo; o ſia terzo contr' armonico; così non faccio qui parola del terzo contro-geometrico: tanto più, che ſiccome uno ſteſſo numero può eſſere mezzo contr' armonico di due diverſe Ragioni, come per eſ. il 5. nella dupla fra 6. e 3; e lo ſteſſo 5. nella tripla fra 6. e 2. Così della ſteſſa data Ragione due poſſono eſſere li terzi contr' armonici, perchè data la Ragione $\frac{6}{5}$, uno ſarà il 3. nella dupla 6. 5. 3; ed il 2. l' altro nella tripla 6. 5. 2. Nella ſteſſa guiſa deve ragionarſi del mezzo contro-geometrico, poichè il 6. lo è nella dupla fra 10. e 5; e lo ſteſſo 6. pur anche nella tripla fra 15. e 5; e tanto baſti.

Per giunta però aſſeriſco, e dico ſenza eſitanza, che le proporzioni tutte vengono ſpecificate dalle riſpettive loro differenze nel modo che ſegue.

1. Se le differenze ſono fra loro uguali, la proporzione è aritmetica.

Eſempio 8 . 5 . 2.
$\underline{\quad 3 \quad 3 \quad}$

2. Se le differenze ſono direttamente proporzionali agli eſtremi la proporzione è armonica.

Eſempio. 20 . 8 . 5.
$\underline{\quad 12 \quad 3 \quad}$

3. Se le differenze ſono in ragione inverſa degli eſtremi dati, la proporzione è riſpettivamente inverſa. Così la proporzione, detta contr' armonica, è realmente armonica inverſa.

Eſempio. 20 . 17 . 5.
$\underline{\quad 3 \quad 12 \quad}$

4. Se le differenze ſono in ragione ſudduplicata degli eſtremi dati, la proporzione è geometrica.

Eſempio. 12 . 6 . 3.
$\underline{\quad 6 \quad 3 \quad}$

5. Se

5. Se fra due numeri quadrati, o ſuoi moltiplici, le differenze ſono inverſamente in ragione ſudduplicata degli eſtremi, la proporzione è geometrica-inverſa.

Eſempio. 12 . 9 . 3.

3 6

6. Se le differenze ſono in ragione duplicata degli eſtremi, la proporzione è contro-geometrica.

Eſempio 1.° 10 . 6 . 5.

4 1

Eſempio 2.° 68 . 20 . 17.

48 3

E' coſa dunque provata, e certa che le riſpettive differenze ſpecificano le proporzioni, qualunque ſi ſieno.

CAPITOLO XV.

Della traſformazione di varj mezzi.

PArlando in addietro de' varj mezzi, ſi è detto, che alcuni ſono fra di loro aritmetici, ed altri geometrici. Gli aritmetici hanno le ſteſſe differenze, ma inverſe fra di loro: e tali ſono l' armonico, e il contr' armonico, cioè l' armonico-inverſo. I geometrici contengono le ſteſſe Ragioni, ma una nel grave, e l' altra nell' acuto, come accade dell' aritmetico, e dell' armonico: dunque codeſti varj mezzi ſi traſformano, allorchè non più ſoli, ma accoppiati ſi trovano. Ciò poſto come verità di fatto, mi prendo ad eſaminare la prima, e più ſemplice quaderna armonica, e conſonante, cioè $1 . \frac{1}{2} . \frac{1}{3} . \frac{1}{4} = 12 . 6 . 4 . 3$.

1.° Certa coſa è, che il *6*. è mezzo geometrico fra 12, e 3; e che accoppiato col 4. diviene armonico. Così il 4. che io chiamo mezzo cubico, atteſochè mentre gli eſtremi ſono come 4. a 1., quivi le differenze ſono come 8. a 1. (cioè 12. 4. 3.)
8 1

così, diſſi, il 4. accoppiato al *6*. fra 12. e 3. diviene armonico a rigore. Paſſando poi ad eſaminare la Quadrupla conſonante, ed aritmetica 4. 3. 2. 1; ſiccome evidente coſa è, che il 3. è mezzo geometrico-inverſo, perchè mentre nella proporzione geometrica 4. 2. 1. le differenze ſono come 2. a 1., per l'oppoſto nella proporzione geometrica-inverſa 4 . 3 . 1. le differenze ſono come 1. a 2.
1 2

2.° Segue in ordine da eſaminarſi la proſſima quaderna armonica $\frac{1}{2} . \frac{1}{3} . \frac{1}{4} . \frac{1}{5} = 30 . 20 . 15 . 12$; ed eſaminato in primo luogo il 20. fra 30. e 12; vale a dire la proporzione 15 . 10 . *6*; io chiamo codeſto mezzo *armonico approſ-*
5 4

ſimato, atteſo che mentre gli eſtremi ſono come 5. a 2; le differenze ſtanno come 5. a 4. Conſiderando poi l' altro

mez-

mezzo 15. fra 30. e 12; cioè la proporzione 10. 5. 4; io denomino codesto mezzo *armonico replicato*, essendo le sue differenze come 5. a 1. mentre gli estremi stanno come 5. a 2. Ora se vogliansi applicare li rispettivi suoni alli numeri indicanti gli estremi, e le differenze de' rispettivi due mezzi, vedrassi anche in pratica, che li suoni di 5. e 1. sono *replicati* di 5. e 2. e quelli di 5. e 4. *approssimati* di 5. e 2.

3.° Ci si presenta per ultimo l' armonica, e consonante quaderna $\frac{1}{3}.\frac{1}{4}.\frac{1}{5}.\frac{1}{16} = 20.\ 15.\ 12.\ 10.$ Ma poichè codesti due mezzi 15. e 12. abbastanza si sono esaminati nel Cap. XI., così altro non rimane qui da soggiungere.

C A.

CAPITOLO XVI.

Cosa s' intenda per Consonanza, e quale sia.

POichè dal modo di valersi del Monocordo, accennato nel Cap. III. ne derivano li suoni in progressione armonica, non perciò convien credere, che tutti li suoni, che risultano da cotesta serie, sieno tutti fra di loro consonanti. Altra cosa e ben diversa è la serie consonante dalla serie armonica; mentre a questa un tal nome viene solamente attribuito, perciò che li primi sei consecutivi termini di essa sono consonanti: non già tutti.

La consonanza adunque si definisce da Euclide (*a*) *Una mescolanza di due suoni: grave ed acuto*. E Boezio più diffusamente (*b*) *Una mescolanza del suono grave con l'acuto, che con uniforme soavità giunge all' orecchio*; ed altrove lo stesso (*c*) *Una concordia di voci fra loro dissimili*.

Ciò posto come verità incontrastabile non è poi verace nè giusta espressione il dire: *l' Ottava è consonanza: la Quinta è consonanza, ecc.* mentre sono termini, o suoni consonanti, e non altro. Ma poichè il costume invalso fra i Professori così vuole: così sia; basta che sappiano, che la consonanza consiste veramente nel risultato della concordia di più voci equitemporanee.

Ma non perciò son io pienamente persuaso delle mentovate definizioni, avvegnachè restrittive oltre il dovere. Infatti qualora due suoni giungono all' orecchio *soavemente, ed uniformemente*, come mai può negarglisi il nome ed il pregio di *consonanti*, benchè non sieno l' uno grave, e l' altro acuto?

(*a*) *Consonantia est mixtio duorum sonorum, acuti scilicet, & gravis.* Introd. harm. pag. 8.

(*b*) *Consonantia est acuti soni, gravisque mixtura suaviter uniformiterque auribus accidens.* Mus. lib. 1. cap. 8.

(*c*) *Consonantia est dissimilium inter se vocum in unum redacta concordia.* Mus. lib. 1. cap. 3.

acuto? Non è questa certamente una condizione *sine qua non*, nè cotesta è l' idea, che naturalmente ci risveglia il termine *consonanza*. Per la qual cosa io asserisco, che la consonanza a gran ragione deve definirsi (*a*) *Una concordia e mescolanza di due suoni, che soavemente ed uniformemente giungono all' orecchio*. E di questa mia definizione si rileverà l' aggiustatezza, e la verità, allorchè si parlerà dell' Unisono. Devo però aggiungere, che lo stesso Boezio meco poi altrove conviene (*b*), prescindendo dal grave, ed acuto nel definire la consonanza: o scordatosi, o pentito di quanto aveva scritto ne' cap. 3. e 8. del lib. 1.

Passo quindi ad avvertire lo studioso giovane, che la progressione consonante è finita, e ristretta in pochi termini, mentre la serie armonica, decrescendo, va all' infinito. Perciò dice Boezio (*c*) che la corda sonora, finita nella sua grandezza, in infinito si diminuisce.

Altrove però aveva già scritto (*d*) che la ragione rigettando i troppo minuti intervalli s' attiene a quelli solamente che sono proporzionati, ed a portata dei nostri sensi.

(*a*) *Consonantia est duorum sonorum mixtio suaviter uniformiterque auribus occurrens*.

(*b*) *Voces consonæ sunt quæ simul pulsæ suavem permixtumque conjungunt sonum*. Mus. lib. 4. cap. 1.

(*c*) *Magnitudo finitam suæ mensuræ recipit quantitatem, sed in infinita decrescit*. Mus. lib. 2. cap. 3.

(*d*) *Interminabilis magnitudinis sectione rejecta definita sibi ad cognitionem spatia deposcit ratio*. In Proœm. lib. 1. arithm.

CAPITOLO XVII.

Del Principio, ovvero della cagione immediata delle Consonanze.

CHe la Musica sia connaturale agli Uomini ampia fede ne fa la sperienza d' ogni luogo, d' ogni clima, e d' ogni secolo. Ciò che più rileva però si è, che la Musica al riferire di Fabio (*a*) è antichissima fra tutte le scienze. Consta nondimeno dalli monumenti che ci rimangono, (e si può dire senza esitanza) che nella pura, e mera pratica si conteneva la Musica, mentre della vera Teoria erasi totalmente all' oscuro; ciocchè dottamente conferma il Keplero (*b*).

1. Infatti Pitagora fu il primo, che al riferire di Nicomaco (*c*) considerando il peso dei varj martelli, e le varie lunghezze delle corde, attribuì alle prime e più semplici Ragioni de' numeri il principio, e l' immediata cagione delle consonanze. Non volle però oltrepassare la quadrupla, per molte ragioni, che nel suo modo di filosofare erano fortissime: come a dire, che l' anima nostra è costituita nel numero quaternario: che questo stesso numero genera la prima decade; ed altre simili che non occorre qui riferire.

2. Dopo Pitagora si fece Capo di nuova Setta Aristosseno, che escluso qualunque raziocinio, interamente riportavasi al senso, che certamente va di leggeri soggetto ad errore. Perciò Boezio (*d*) a gran ragione dà la preferenza a Pitagora. Ma

(*a*) *Timagenes auctor est omnium in litteris studiorum antiquissimam Musicen extitisse*. lib. 1. cap. 17. (aliis 10.)

(*b*) *Sicut comparatum est in rebus humanis, ut quæ natura nobis sunt tributa, in iis usus cognitionem causarum antevertat, sic etiam circa Cantum generi humano usuvenit*. Præfat. lib. 3. Harm. Mundi.

(*c*) Harmonices Manualis *ex versione* M. Meib. pag. 9.

(*d*) *Pythagorici ipsas consonantias aure metiuntur, quibus vero inter se distantiis consonantiæ differant, id jam non auribus, quarum sunt obtusa judicia, sed regulis rationique permittunt*. Mus. lib. 1. cap. 9.

Ma chi non direbbe rinata a' giorni noſtri e fatta ſcuola dominante l' Ariſtoſſenia? mentre preſſo che generalmente, eſcluſo qualunque raziocinio e precetto, tutto ſi opera colla ſcorta del ſolo ſenſo: ſe bene o male poi, ne giudichino i dotti.

3. Fiorì poi nel 2.° ſecolo dell' era noſtra Claudio Tolommeo, e fu autore d'un'altra Setta, che *Tolemmaica* ſi denomina; ed in cui hanno luogo il ſenſo e la ragione inſieme, che giuſta la fraſe di Boezio (*a*) ſono in certo modo gli ſtromenti dell' armonica facoltà. Ma quanto al principio delle conſonanze non ſi diparte gran fatto dai Pitagorici: ſicchè nulla di nuovo in queſto propoſito.

4. Sopravvenne poi l' immortale Galileo Galilei, che non contento, e meno perſuaſo della fiſica cagione delle conſonanze, creduta univerſalmente, e tenuta derivare dalle proporzionate lunghezze delle corde ſonore, oſſervò alcuni fenomeni accennati già nel Cap. II.; e da queſti deduſſe e conchiuſe, che le forme degl' intervalli muſicali ſono originate (*b*) *dalla proporzione dei numeri delle vibrazioni e percoſſe dell' onde dell' aria, che vanno a ferire il timpano del noſtro orecchio, il quale eſſo ancora ſotto le medeſime miſure di tempi vien fatto tremare.*

Tale Dottrina conferma poi coll' appreſtamento di più pendoli di varie ordinate lunghezze, che mediante le coincidenze più frequenti vago ſpettacolo formano all' occhio: e conchiude accennando l' intreccio proporzionato delle vibrazioni, onde derivano le conſonanze. Il ragionamento quanto è ſenſato, altrettanto è chiaro; e dal proporzionato intreccio delle vibrazioni gran diletto ne riſulta infatti sì all' occhio, che all' orecchio. Ma l' intreccio proporzionato delle vibrazioni donde poi deriva, ſe non dalle proporzionate lunghezze delle corde? anzi per tal modo ne deriva, che ſe tali lun-

(*a*) *Senſus ac ratio quaſi quædam harmonicæ facultatis inſtrumenta ſunt.* Muſ. lib. 5. cap. 1.
(*b*) Dial. 1. pag. 60.

lunghezze non ſaranno in proporzion conſonante, non lo ſaran certamente nè pure le vibrazioni: nè diletto alcuno può conſeguentemente riſultarne all' orecchio. Dalla proporzion delle corde adunque convien ripetere il principio delle conſonanze; e tanto in quella riſiede, quanto è vero, che *cauſa cauſæ eſt cauſa cauſati*.

Quale poi ſia il confine del diletto, e delle conſonanze non ſi rileva. Parlaſi nel citato Dialogo dell' ottava, della quinta, e della quarta ſolamente; pure deveſi ſupporre, che il Galilei (a differenza dei Pitagorici) ammetteſſe fra le conſonanze anche le due terze, e ſeſte. Ma comunque ſia; qual' è poi la cagione, per cui oltre non progrediſcono le conſonanze? Mi ſi dirà forſe: *ne decide il ſenſorio*; ma a queſta deciſione io di buon grado preferiſco il parere di S. Agoſtino (*a*) che in Dio Creatore rifonde la cagione del diletto che proviamo nell' udir le conſonanze, e per conſeguenza anche il loro confine.

Qui però noi trattiamo del principio fiſico, e della primaria fiſica cagione delle conſonanze; da cui (ſvelato che ſia) anche il loro periodo, e confine deve chiaro apparire, e come per corollario manifeſtarſi.

Quindi delle diſſonanze ne accagiona lo ſteſſo Galilei le diſcordi e ſproporzionate vibrazioni, che feriſcono l' orecchio e gli rendono i ſuoni ingrati. Ma vorrebbeſi ſapere, quali ſieno le vibrazioni ſproporzionate? quelle forſe che produrrebbero due corde, le quali fra di loro foſſero in lunghezza come il lato del quadrato al ſuo diametro? cagionerebber eſſe certamente orribile diſſonanza; ma non è ciò da temerſi, atteſo che i ſuoni muſicali ſono ſempre fra di loro, come numero a numero: e di fatto nè il tritono, nè la quinta ec- ceden-

(*a*) *Neque nunc locus eſt ut oſtendam quantum valeat conſonantia ſimpli ad duplum, quæ maxima in nobis reperitur, ut ſit nobis inſita naturaliter: a quo utique niſi ab eo qui nos creavit*. lib. 4. de Trinitate.

cedente, nè altri musici intervalli sono in quella proporzione neffabile. Dunque alla perfine, per rinvenire delle consonanze, e delle dissonanze la vera fisica cagione, deve conchiudersi, (salva la dovuta venerazione al gran Galilei) che alle lunghezze delle corde come al primo fonte, convien rivolgersi.

5. Espressamente però, e con tutto l' impegno prese a trattare dell' origine delle consonanze il dottissimo Giovanni Keplero (*a*), asserendole originate dalle cinque piane figure regolari, che geometricamente dividendo il circolo, ne fissano il periodo nella Ottupla $\frac{8}{1}$; esclusone però il settangolo, perciocchè non può tale figura geometricamente iscriversi nel circolo (*b*).

Ragiona egli certamente delle cinque piane figure, e delle rispettive loro congruenze da gran Geometra (*c*); nondimeno l' applicazione che ne fa alle consonanze musicali, non è per mio parere se non un simbolo, un tipo, ed una pura, e mera analogia.

E poichè alla corda sonora conviene ad ogni modo applicarsi, ne accenna egli stesso l' adattamento ad un corpo rotondo, e concavo, sopra cui fattene le divisioni a norma delle cinque figure, si rilevino le consonanze. Finalmente poi uniformandosi all' usato metodo, considera la corda sonora in linea retta secondo le varie proporzioni delle parti, in cui per ordine si divide; e da questa appunto sembrami che dovesse incominciare, poichè anche nella Musica ha luogo il precetto: *ne fiant per plura, quæ per pauciora fieri possunt*.

Per altro dal metodo suo di esaminare le parti, e li residui in ciascuna divisione della corda sonora (*d*) non può risultarne l' unità dell' armonia consonante, e molto meno l' origine, e la natura delle dissonanze, quali sono in fatto, e

(*a*) *Harmonices mundi* lib. 3.
(*b*) *Harm. mundi* lib. 1. propos. 45.
(*c*) lib. 3. cap. 1. axiom. 1.
(*d*) Vegganfi i corollarj lib. 3. cap. 1. pag. 12. e 21. così pure la figura cap. 2. pag. 27.

quali si praticano nella musica armonica: ciò che nel seguente Cap. si rileverà ad evidenza.

6. A' giorni nostri poi è uscito alla luce un nuovo sistema di Musica Teorica del celebratissimo M.r Eulero (*a*), che per mio parere poco c' interessa nella ricerca, che noi qui facciamo. Tratta egli principalmente della maggiore, o minor soavità delle consonanze al saggio de' suoi *Esponenti*: e sembra non altrimenti considerare la *consonanza*, che nel puro e mero material senso del termine, che significa soltanto una composizione di due o più suoni, qualunque si sieno; e per verità non lascia luogo a dubitarne, ove espressamente tratta delle consonanze. In oltre ciò che più importa si è, che egli apertamente confessa (*b*), essere difficil cosa l' assegnar il confine fra le consonanze, e le dissonanze; mentre questo appunto è lo scopo della presente nostra ricerca.

Scorgesi in somma che senza il presidio della musica pratica, non è possibile l' ordire una buona Teoria, e di ciò ne fa pur troppo ampia fede la sperienza.

A suo luogo però si manifesterà l' uso più convenevole a farsi degli Esponenti; e con molto maggior frutto si tratterà della risoluzione di qualunque Ragione musicale nei suoi Componenti, chiamati dall' Eulero *factores*.

7. Ultimamente poi è uscito alla luce il Trattato della Musica del celebre S.r Tartini, in cui stabilisce il *Principio dell' armonia nel Circolo dimostrato intrinsecamente armonico*; ed in quest' unico aspetto intendo io qui di parlarne.

Nel Circolo adunque si stabilisce il principio dell' armonia dal Keplero, e dal Tartini; e però siccome di quello si è detto, così di questo ugualmente si dice; cioè che tutto si risol-

---

(*a*) *Tentamen novæ Theoriæ Musicæ*. Petropoli. 1739.

(*b*) *At quia partim difficile est consonantiarum, & dissonantiarum limites definire, partim vero hæc distinctio cum nostro tractandi modo minus congruit . . . omnibus sonitibus qui ex pluribus sonis simplicibus simul sonantibus constant, consonantiæ nomen tribuemus*. cap. 4. de consonantiis. n. 1.

risolve poi in una pura, e mera analogia: che il Circolo non è altro che un simbolo: ed in varj altri modi è stata già dagli antichi simboleggiata l' armonia. Oltre di che le proprietà del Circolo analoghe all' armonia sono comuni alla Parabola, e ad altre geometriche figure. Mentre però l' Autore gratuitamente attribuisce al *Circolo* forza di *Principio*, convien dargli preferenza (generalmente parlando) quanto al modo di ragionare intorno l' uso de' musici intervalli, sopra il Keplero, che infelicemente gli stende, e combina.

Per altro dato il Circolo di sua natura armonico, e diviso armonicamente il diametro, si stende la divisione come pure nella corda sonora, all' infinito: (e ne conviene anche l' Autore nel Cap. III. pag. 53.) dunque siccome di questa, così di quello convien fissare nella divisione un confine, che separi il sistema consonante dal dissonante: (ciò pur anche richiedesi dall' Autore.) questi, e non altro essendo in sostanza il *Principio dell' armonia* di cui si tratta. Ma la segnata divisione del diametro non forma certamente perfetto sistema consonante, imperocchè non abbraccia la sesta minore, esclusa senza dubbio dal periodo sestuplo; dunque non sussiste l' assegnato confine, quantunque si asserisca praticamente abbracciato.

Ognuno accorda, è vero, che li sei primi termini della Serie armonica sono consonanti, ma si prescinde dal perfetto sistema, poichè praticamente s' annovera tra le consonanze anche la sesta minore; ed il solo Zarlino s' è invaghito delle belle prerogative del numero Senario.

8. Del Sistema di M.r Rameau a bello studio fin ora ho differito a favellare, atteso che una seria, e particolar discussione convien farne. Chiama egli l' Unità (l' intera corda) *Basso fondamentale*, e *Principio dell' armonia* (*a*), quasi che questi

(*a*) Trattato della Musica cap. 3. art. 1.

questi sieno due sinonimi : mentre di fatto sono due cose ben diverse . In un altro Trattato poi (*a*) riconosce il principio dell' armonia nell' effetto naturale , che risulta dalla risonanza di ciaschedun corpo sonoro in particolare che produce $\frac{1}{3}$ ed $\frac{1}{5}$ del suono ch' è proprio dell' intera corda . Vale a dire , che in cotesto fenomeno ravvisa il Principio dell' armonia ; mentre in sostanza non è poi altro , se non il basso fondamentale dell' accordo consonante del modo maggiore solamente, con l' esclusione del minore.

In altro suo scritto pure (*b*) si spiega M.r Rameau , ed ampiamente si diffonde . Confessa (pag. 193.) che il corpo sonoro messo in moto , si divide *in una infinità* di parti aliquote , o summoltiplici . . . . . e di tutte queste parti solamente $\frac{1}{3}$ ed $\frac{1}{5}$ si fanno sentire . . . . . Per altro (segue a dire) potevo io prevedere, che una proporzione sorda , muta , insensibile all' orecchio, e sconosciuta fino ad ora nella risonanza del corpo sonoro , potesse diventar l' anima , e il principio ancora del principio sonoro , come pure di tutte le sue conseguenze ?

Suppone in oltre, e dice (pag. 194.) che la natura assordisce $\frac{1}{2}$. $\frac{1}{4}$ per farci sentir solamente $\frac{1}{3}$.$\frac{1}{5}$, affine d' impedirci di confondere le due proporzioni la geometrica con l' armonica . Ma se questo non è un travedere , mi rimetto a chiunque ha il solo senso comune . Non posso a meno per tanto di riflettere , che mentre la natura coll' assordire $\frac{1}{2}$. $\frac{1}{4}$, ci fa sentir solamente $\frac{1}{3}$ ed $\frac{1}{5}$, ci priva nel tempo stesso della progressione armonica continua $1 . \frac{1}{2} . \frac{1}{3} . \frac{1}{4} . \frac{1}{5}$. Ora vorrebbesi sapere , se maggiore sia il benefizio , o 'l danno del supposto assordimento ?

Io pure sostengo , che tutto il Sistema nostro musicale deri-

(*a*) Generazione armonica cap. 1. pag. 28.
(*b*) Riflessioni sopra il principio sonoro .

deriva da 1. $\frac{1}{3}$. $\frac{1}{5}$. (Cap. XLVIII.) non però come fenomeno d' una ſola intera corda; ma bensì da 1. $\frac{1}{3}$. $\frac{1}{5}$. tre ſuoni eſpliciti prodotti da tre corde: l' una indiviſa, e dell' altre due una diviſa in tre, e l' altra in cinque parti. Qui tutto è reale: nulla d' immaginario, come ſi vedrà in progreſſo.

CAPITOLO XVIII.

Quale ſia la vera origine, e cagione delle conſonanze.

ESpoſte brevemente le opinioni degli Autori più celebri, che ſopra il Principio dell' Armonia hanno verſato; riveſtitomi de' ſentimenti di Seneca (*a*), riſpetto, e venero coteſti grandi Uomini; nondimeno però ardiſco produrre, ed eſporre anch' io il mio parere; e ſiccome ardua molto è l' impreſa, ſembra che una ſola cagione baſtevole eſſer non poſſa a ſciogliere il nodo, eſſendomi di Lucrezio (*b*) ben noto il ſentimento, ed il parere, nondimeno una ſola cagione intendo io di recarne, corredata poi da varj rifleſſi, onde più chiara ne riſplenda la verità.

Affine però di agevolarmi la ſtrada, giova ripetere qui alcuni muſici aſſiomi, che ben verranno in acconcio anche nel corſo di tutto il preſente Trattato.

Aſſioma I.

Tutti li ſuoni che naſcono da Ragione, e Progreſſione dupla, ſono fra di loro equiſoni: *Quindi è che le replicazioni delle conſonanze ſi conſiderano nella pratica come ſe foſſero nei loro ſemplici intervalli.*

Aſſioma 2.

Il ſuono che è conſonante con uno degli eſtremi della dupla, anche con l' altro eſtremo è conſonante.

Aſſio-

(*a*) *Multum magnorum virorum judicio credo: aliquid, & meo vindico.* Epiſt. 45. *Qui præceſſerunt non præripuiſſe mihi videntur quæ dici poterant, ſed aperuiſſe.* Epiſt. 69.

(*b*) *Sunt aliquot quoque res, quarum unam dicere cauſſam.*
Non ſatis eſt, verum plureis, unde tamen una ſit.
lib. 6. v. 703.

Assioma 3.

Tutti li numeri pari sono composti, ed equisoni dell' impari d' onde derivano per dupla progressione. *Questo assioma in sostanza è inverso del* primo.

Assioma 4.

Tutti li numeri impari sono numeri primi nella Musica, e producono perciò nuovi suoni. *Tali sono il 9. il 15. il 27 ecc. che nell' aritmetica sono manifestamente composti.*

ARTICOLO I.

Poichè si è stabilito (Cap. II. Art. III.) che dalla divisione della corda sonora solamente si possono conoscere li varj rapporti dei suoni, dico che le consonanze nascono direttamente dalle lunghezze in serie armonica, e indirettamente da quelle che sono in serie aritmetica. Di questa però non serve d' inoltrarsi a discorrere, atteso che per natura sua ci reca li suoni dall' acuto al grave, mentre per l' opposto l' armonia procede naturalmente, e necessariamente dal grave all' acuto, come che appoggiata sempre ad una Base che la determina, e la specifica. Della serie armonica dunque parlando dico, ch' ella racchiude in se stessa ogni sorta di Ragioni, e Proporzioni; e per conseguenza suoni di ogni sorta di genere, molti de' quali però non convengono alle consonanze, nè alle dissonanze, nè all' armonia, nè alla melodia.

I suoni in genere si dividono in *Concinni*, *ed Inconcinni*, cioè atti, ed inetti al canto. Li concinni poi si dividono in consonanti, e dissonanti. Cercasi dunque fino a qual segno si stendano nella serie armonica li suoni consonanti. E si stabilisce con tutti li Teorici e Pratici, che non oltrepassano il 5.: che però sono consonanti fra di loro, e con le rispettive ſue replicazioni li ſuoni ſolamente, che corriſpondono alli numeri 1. 3. 5. ovvero ſia 1. $\frac{1}{3}$. $\frac{1}{5}$. e non altri.

ARTICOLO II.

Sembrami, che dalla ſemplicità delli rapporti dedurſi non poſſa, nè ſtabilire il confine delle conſonanze, poichè non è deciſo fino a qual termine giunga perentoriamente coteſta ſemplicità. Infatti ſiccome nella ſerie aritmetica tutti li numeri impari ſono moltiplici dell' Unità: così nella ſerie armonica per l' oppoſto l' Unità è moltiplice di tutti li numeri impari, ed è manifeſto, che il genere moltiplice è fra tutti li generi dei rapporti il più ſemplice, anzi ſempliciſſimo; dunque tutti li numeri impari della ſerie armonica dovrebbero con l' Unità eſſere conſonanti: la qual coſa non è, nè può eſſere.

In oltre ſi oſſerva, che 3. e 5. ſono fra di loro ſuperparzienti, e lo ſteſſo accade del 5. e 7., ma $\frac{3}{5}$ ſono conſonanti, e $\frac{5}{7}$ ſono diſſonanti. Ecco dunque che la ſemplicità o non ſemplicità de' rapporti per niun conto influiſce nelle conſonanze, e di ciò un' altra prova ne dà l' opinione dei Pitagorici, che mentre a gran ragione ammettevano la Diateſſaron (la quarta) fra le conſonanze, altrettanto ingiuſtamente ne eſcludevano la $\frac{3}{8}$, per eſſere del genere ſuperparziente. Non era però di queſta opinione Aritoſſeno (*a*), con altri fra gli antichi; ma coteſto errore dal ſopra notato aſſioma primo reſta abbaſtanza confutato, poichè ne ſegue ad evidenza, che eſſendo conſonante $\frac{3}{4}$, lo deve eſſere neceſſariamente anche $\frac{3}{8}$.

(*a*) *Omni conſono intervallo ad Diapaſſon addito: & majore, & minore, & æquali, totum evadit conſonum.* Ariſtox. 1. *Harm.* pag. 22. Item. lib. 2. pag. 45. & Eucl. *Introduct. harm.* p. 13. & Ptol. 1. *Harm.* cap. 6. & 7.

ARTICOLO III.

Dico dunque, che dalli soli residui della corda sonora vengono determinati e fissati li numeri consonanti ad $1 . \frac{1}{3} . \frac{1}{5}$, e non oltre.

A questa opinione mi condusse già Tolommeo, portandomi a seriamente riflettere sopra li Residui della corda sonora, allorchè osservai come egli si esprima intorno la Diapasson (l' ottava) dicendo (*a*), che la dupla è l' ottima fra tutte le Ragioni, atteso che è la sola che ha l' eccesso o sia differenza uguale al minor termine. Ora ciò che Tolommeo chiama *eccesso*, o *differenza* relativamente ai termini della Ragione, io chiamo *Residuo* relativamente alle parti, in cui è divisa la corda sonora, in confronto dell' intera.

Seguendo adunque questa traccia, dico che se la dupla è l' ottima fra tutte le Ragioni, perchè il Residuo è uguale al termine acuto; e l' ottava che nasce dalla divisione della corda sonora in due parti uguali è la migliore fra tutte le consonanze: ne segue per la stessa ragione, che la tripla, e la quintupla la seguano da presso. Infatti nella tripla levato un terzo $\frac{1}{3}$, il residuo è due terzi $\frac{2}{3}$; e nella quintupla levato un quinto $\frac{1}{5}$, il residuo è $\frac{4}{5}$ quattro quinti. Sono perciò li tre mentovati residui con l' acuto, ovvero sia con le corrispondenti minime aliquote in ragione di 1 a 1; 1 a 2; 1 a 4; e li due ultimi, se non sono unisoni, sono certamente equisoni. (*Tav. 6.*) Donde ne nasce, che li suoni di tutta la corda, delli residui, e della parte acuta debbono necessariamente essere fra di loro consonanti. Si ravvisa per tanto con tutta chiarezza, che nella corrispondenza in

(*a*) *Diapasson est consonantiarum pulcherrima; & dupla rationum optima: illa quidem consonantia æquitonis proxima; hæc autem sola Ratio, quæ excessum facit illi quod exceditur æqualem.*
Ptol. harm. lib. 1. c. 5.

dupla progressione dei residui con la minima aliquota della corda rispettivamente divisa, risiede il *Principio dell' armonia*, *e l' intrinseca cagione delle consonanze.*

Che se vogliasi progredire all' impari susseguente, cioè ad $\frac{1}{7}$, interrotto rimane tosto l' ordine della dupla progressione fra le parti armoniche, e li residui; imperocchè di $\frac{1}{7}$ rimangono $\frac{6}{7}$; per la qual cosa fissato resta il periodo delle consonanze nelli primi tre impari della serie armonica $1 . \frac{1}{3} . \frac{1}{5}$. e da questi stessi colle sue replicazioni $1 . \frac{1}{2} . \frac{1}{3} . \frac{1}{4} . \frac{1}{5} . \frac{1}{6} . \frac{1}{8}$. ne vengono formate tutte le consonanze, cioè 1 a 2, 2 a 3, 3 a 4, 4 a 5, 5 a 6, 3 a 5, 5 a 8; ma li mentovati tre impari sono in proporzione armonica, e in dupla progressione co' rispettivi residui; *dunque nella proporzione armonica, corredata dalla corrispondenza in dupla progressione fra le parti armoniche, e li residui, deve riconoscersi la fonte ed il principio vero, e adequato delle consonanze.*

ARTICOLO IV.

Ora in conferma di quanto si è detto soggiungo, che felicemente, ed espressamente vien definita la consonanza da Euclide (*a*) una mescolanza del suono acuto col grave, donde ne nasce la soavità, e il diletto che ne proviamo. Quindi è che li suoni $1 . \frac{1}{3} . \frac{1}{5}$. nei varj registri dell' Organo si riducono, ed uniscono in un suono solo, e come se effettivamente uno solo fossero, dal nostro orecchio si giudica. La cagione pertanto di quest' ammirabile fenomeno chiaramente scorgesi nella corrispondenza in dupla progressione del suono acuto col suo residuo; e la *mescolanza* del suono acu-

(*a*) *Consonantia est mixtio duorum sonorum acuti scilicet, & gravis. Dissonantia contra est in duobus sonis mixtionis fuga: qui cum misceri recusent asperitate quadam aures lædunt.* Eucl. Introd. harm. pag. 8.

acuto col grave (come che non iſtantanea) realmente, e diſtintamente ſi rileva.

In fatti toccando un taſto del regiſtro principale, a miſura che l' uno dopo l' altro ſi aprono gli altri regiſtri, ſi diſtingue il proprio riſpettivo ſuono di ciaſcheduno, che toſto poi ſi uniſce a quello del principale, e la meſcolanza ſi fa ſenſibile, e paleſe.

Quanto poi al ſuono compoſto rieſce certamente il più perfetto quello di un Organo, li cui regiſtri ſieno come i numeri della ſerie armonica. $1 . \frac{1}{2} . \frac{1}{3} . \frac{1}{4} . \frac{1}{5} . \frac{1}{6}$. colle ſue replicazioni; e ſaranno *Principale*, 8.ª, 12.ª, 15.ª, 17.ª, 19.ª, 22.ª, 24.ª, 26.ª, 29.ª, ecc. Degli Organi di tal fatta due ne abbiamo qui in Padova, oltre gli altri molti che, per mio ſuggerimento ne ſono ſtati fabbricati in varj altri luoghi, e l' effetto d' una ſorprendente armonia, ad evidenza ne prova la perfezione.

ARTICOLO V.

Serve di conferma al mio aſſunto anche il rifleſſo delle tre conſonanti armonie, *la ſemplice* o *lineare*, la *piana*, e la *ſolida*. Un cenno ne dà Calcidio (*a*), che riflettendo ſopra i varj intervalli, dice non doverſi progredire oltre i tre. Più preciſamente ancora, ed a lungo ne parla Ariſtide Quintiliano (*b*), ma alla ſua foggia. Così giova eſprimermi, atteſo che dall' applicazione che ne va poi facendo, ne riſul-

(*a*) *Intervallum unum lineam facit, duo ſuperficiem, tria corpus, quo nihil eſt perfectius.* In Timeum Platonis pag. 113.

(*b*) *Generatim autem dicendo, ſi inter geometricam proportionem aritmeticas adſumas medietates, harmonicam proportionem, eamque aut planam aut ſolidam efficies.* Ariſt. Quint. Muſ. lib. 3. pag. 121.

sulta un complesso dissonante, mentre io ho per iscopo un complesso consonante. Mi basta però che sappiasi non essere questa una distinzione di armonie affatto nuova; mio solamente è il metodo, e l' applicazione all' armonia consonante di cui presentemente si tratta.

La dupla è certamente la prima e l' ottima fra tutte le Ragioni, ed insieme la più perfetta fra tutte le consonanze, che risultano dall' ordinata divisione della corda sonora. Ma poichè nella serie armonica fra li suoni di 1. ed $\frac{1}{2}$ niun altro può aver luogo, e tali suoni fra di loro sono equisoni; perciò io chiamo *armonia semplice* o *lineare* quella, che odesi nelli suoni di 1. ed $\frac{1}{2}$ termini semplici, e radicali della dupla (l' ottava).

Che se cotesti termini sieno duplicati, ed espressi in $\frac{1}{2}$, ed $\frac{1}{4}$, ha luogo tosto fra di essi $\frac{1}{3}$; e però io chiamo *armonia piana* quella che risulta dai suoni di $\frac{1}{2}.\frac{1}{3}.\frac{1}{4}$. Triplicati finalmente li termini, ed espressi in $\frac{1}{3}$ ed $\frac{1}{6}$, hanno luogo fra di essi $\frac{1}{4}$ ed $\frac{1}{5}$; che però io chiamo *armonia solida* quella che risulta da i suoni di $\frac{1}{3}.\frac{1}{4}.\frac{1}{5}.\frac{1}{6}$. (*Tav. VII.*)

E' dunque di fatto, ed esiste nella Musica l' *armonica semplice*, o *lineare*, la *piana*, e la *solida*, lunghezza, larghezza, e profondità, che unite formano il corpo dell' armonia consonante. In coteste tre armonie sono compresi con l' Unità li due *primi numeri*, ovvero sia le due prime aliquote $\frac{1}{3}$ ed $\frac{1}{5}$ in proporzione armonica, cui corrispondono li rispettivi residui in dupla progressione; e perciò dissi essere il mio assunto confermato dal riflesso delle tre mentovate armonie.

Aggiungo però, che vi si racchiude bensì l' armonia quanto alla sostanza, non mai quanto alla totalità; atteso che fino ad $\frac{1}{8}$ della corda sonora nuove consonanze spuntano, in forza della dupla progressione delli tre consonanti termini radicali $1.\frac{1}{3}.\frac{1}{5}$. Infatti $\frac{1}{3}$ è mezzo armonico della quintupla e della dupla, e $\frac{1}{5}$ mezzo armonico della quadrupla e della sesquialtera. La semplice quadrupla e radicale sta fra 1, ed ed $\frac{1}{4}$; l' armonica ſta fra $\frac{1}{2}$, ed $\frac{1}{8}$, nella guiſa ſteſſa che la dupla radicale eſiſte fra 1. ed $\frac{1}{2}$. e la dupla armonica fra $\frac{1}{2}$ ed $\frac{1}{4}$; ciò che vieppiù manifeſto ſi rende nelle due ſeguenti figure.

Quintupla
1. $\frac{1}{2}$. $\frac{1}{3}$. $\frac{1}{4}$. $\frac{1}{5}$.
Dupla

Quadrupla
$\frac{1}{2}$. $\frac{1}{4}$. $\frac{1}{5}$. $\frac{1}{6}$. $\frac{1}{8}$.
Seſquialtera

ARTICOLO VI.

Eſcluſo l' $\frac{1}{7}$ dalli numeri conſonanti per le addotte ragioni nell' Art. III., ſembra però aver forza di nodo inſolubile l' altro impari che ſegue, cioè $\frac{1}{9}$, il cui reſiduo $\frac{8}{9}$ gli corriſponde in dupla progreſſione, e li riſpettivi ſuoni trovanſi fra di loro equiſoni; quanto quelli di $\frac{1}{3}$ e $\frac{2}{3}$, di $\frac{1}{5}$ e $\frac{4}{5}$. Ma la difficoltà dileguaſi al ſolo rifleſſo della interruzione de' numeri conſonanti, per la giuſta eſcluſione di $\frac{1}{7}$; ond' è che in virtù dell' ordine anche $\frac{1}{9}$ ne rimane eſcluſo. Aggiungo però, che fiſſato il confine all' armonia, deve neceſſariamente darſi luogo anche alla melodia, che la ſegue da preſſo, poichè l' $\frac{1}{9}$ forma li due tuoni maggiore, e minore $\frac{8}{9}$ $\frac{9}{10}$, che ſono li gradi principali della ſcala diatonica.

Nondimeno poichè queſti, ed altri ſimili rifleſſi che potrei addurre, ſaranno forſe conſiderati come ragioni di pura convenienza e non più; ne ſoggiungo perciò uno affatto deciſivo. Queſto è il rifleſſo, che 1. $\frac{1}{3}$. $\frac{1}{9}$. ſono geometrici; e poichè ſi è detto e ſtabilito e provato, che dalla proporzione armonica naſcono le conſonanze, così dico che dalla proporzione geometrica naſcono le diſ-

ſonan-

ſonanze, come a ſuo luogo ſi farà manifeſto. Interrotta per tanto la proporzione armonica, e ſubentrando la proporzione geometrica, debbono conſeguentemente ceſſare le conſonanze, dando il luogo loro anche alle diſſonanze, delle quali ſi parlerà dopo che di ciaſcheduna conſonanza in particolare ſi avrà trattato.

CAPITOLO XIX.

Dell' Unisono.

COnvengono li più dotti fra i Teorici, che l' Unisono è la prima e più perfetta fra tutte le consonanze. E che tale sia di fatto, ne fa prova l' esattezza ch' esso richiede nell' accordatura, sopra qualunque altra coppia di suoni.

Nasce l' Unisono da due corde per ogni conto fra di loro uguali; e la Ragione d' uguaglianza certamente precede per natura sua ogni altra Ragione e Proporzione. Boezio benchè in alcun luogo richiegga differenza nella gravità ed acutezza fra due suoni consonanti, nondimeno (quasi rapito dalla forza della verità) prescinde poi dal grave e dall' acuto, restringendo i costitutivi della consonanza (*a*) alla soavità e mescolanza de' suoni: e cotesta mescolanza essendo senza dubbio più pronta e perfetta nell' Unisono, quindi ne segue, che a gran ragione si sostiene esser l' Unisono di tutte le consonanze la prima, e la più perfetta.

Li pratici pel contrario sostengono, che l' Unisono è principio di consonanza, e non più; ma a sostenere questa opinione non ben si rileva come si appiglino.

Dicono, e ripetono, che l' Unisono è come il punto, che è principio della linea, ma non linea, come l' unità che è principio del numero, e non è numero. Ma da coteste similitudini chiaramente si rileva, che per Unisono intendon essi un suono qualunque, unico e solitario; e sono in errore. Può credersi ancora che sotto questo nome intendano il grave di qualunque consonanza: e così pure vanno errati, perchè la consonanza risguarda ugualmente il grave e l' acuto, che fra di loro mischiandosi, ad unità si riducono.

(*a*) *Voces consonæ sunt, quæ simul pulsæ suavem permixtumque inter se conjungunt sonum*. Boeth. Mus. lib. 4. cap. 1.

Noi pertanto intendiamo per Unisono il risultato di due corde, che producono i suoni pari in gravità, e dello stesso tenore giungono soavi all' orecchio, corroborandosi l' un l' altro insieme. L' energia, e soavità di questo rinforzo si fa tutto di palese nella duplicazione delle voci e strumenti, a chiunque voglia per poco riflettervi.

Si conchiude pertanto che siccome il punto non è linea, nè l' unità è numero, così un suono qualunque solitario non fa consonanza; bensì due suoni unisoni ed uguali sono fra loro consonanti, ed in consonanza l' uno e l' altro s' abbracciano; della qual cosa per se chiara e palese, non può ragionevolmente da chi che sia dubitarsi.

CA-

CAPITOLO XX.

Della Ottava.

DOpo l' Uniſono ſegue toſto l' Ottava, che naſce dalla proporzione dupla, perchè diviſa la corda ſonora in due parti ſi ſcorge l' Ottava fra 1 e $\frac{1}{2}$, cioè fra l' intera corda e la ſua metà; ciò che dal ſenſo ſi rileva nelle *Tav. I. e II.* come nel Cap. IV.

Queſta è la prima fra tutte le conſonanze che riſultano, e ſi corriſpondono in grave ed acuto; e gli eſtremi ſono fra loro equiſoni. Da coteſta equiſonanza preciſamente derivano le ſingolari proprietà dell' ottava, che ſono:

1. Un ſuono conſonante coll' eſtremo grave, è conſonante pur anche coll' eſtremo acuto. Similmente ſe il ſuono è diſſono con uno degli eſtremi, con l' altro pure è diſſonante.

2. L' Ottava s' aggiunge a ſe ſteſſa, ſi triplica, e ſi moltiplica a piacere ſenza mutar natura, e il prodotto non ceſſa d' eſſer conſonante, mentre tutte le rimanenti conſonanze formano diſſonanza ſe ſi moltiplichino, o ſolamente s' aggiungano a ſe ſteſſe.

3. Abbraccia tutti i ſuoni primi, e originali della melodia; ed in fatti aſcendendo gradatamente alla ſeconda Ottava, odonſi replicati gli ſteſſi ſuoni originali della prima. Perciò dalli Greci a gran ragione l' Ottava ſi chiama *Diapaſon*, che ſignifica *per omnia*.

4. Racchiude in oltre tutte le ſemplici conſonanze, e tutte le loro differenze, cioè tutti li gradi diatonici, che ſono tuono maggiore $\frac{8}{9}$, tuono minore $\frac{9}{10}$, e ſemituono diatonico $\frac{15}{16}$. Il ſemituono $\frac{24}{25}$ non ha luogo, eſſendo egli un intervallo cromatico; e di fatto non v' è nell' Ottava dia-

tonica terza minore racchiusa nella maggiore, onde risulti la differenza $\frac{24}{25}$.

5. Facilmente si prende l' Ottava per l' Unisono, cantando assieme uomini e donne o ragazzi; essendovi tanta affinità, che se il suono acuto dell' Ottava si trasferisce al grave, o il grave all' acuto ne risulta l' unisono: la qual cosa non accade in qualunque altra ragione, come consta dalla sperienza.

6. Che l' Ottava sia il primo consonante intervallo facilmente si scorge negli strumenti da fiato Flauti, Oboè, ecc. mentre per poco che il fiato si carichi ed accresca, ben tosto il suono balza all' 8.ª, non mai ad altro intervallo minore, e più vicino. E se in uno strumento a più corde di voci seguenti se ne tocchi una v. gr. C. non risuonerà certamente la più vicina D; ma bensì l' 8.ª C. sol fa ut: e un po' più languidamente la 5.ª G. sopra l' 8.ª

7. L' Ottava tanto va unita alla base dell' armonia che posta fra 1 ed $\frac{1}{3}$ non interrompe nè distrugge la proporzione armonica di $1 . \frac{1}{3} . \frac{1}{5}$. Mi spiego. Dati alquanti numeri interi in proporzione aritmetica, se vengan considerati come divisori dell' Unità, si trasforman essi in proporzione armonica; (V. Cap. II.) ed è lo stesso che dire, inversamente: se li numeri della serie armonica, in genere parlando, non hanno li denominatori in proporzione aritmetica, non son essi nè pure in proporzione armonica. Ora è cosa ugualmente certa, che sono in proporzione aritmetica 1 . 3 . 5 . non già 1 . 2 . 3 . 5; e nondimeno sono in proporzione armonica $1 . \frac{1}{2} . \frac{1}{3} . \frac{1}{5}$. senza che l' aggiunto $\frac{1}{2}$ la disturbi. Quindi si manifesta un pregio dell' 8.ª ben distinto e particolare, che la qualifica al maggior segno. E che ciò sia vero, il fatto ne dà la prova nella seguente analogia.

$$1 . \tfrac{1}{2} . \tfrac{1}{3} . \tfrac{1}{5}$$

differenze $\underbrace{[\,1\,]\qquad[\,3\,]}$

$$2 \qquad 10$$

$5 : 3 :: 10 : 6.$

C A.

CAPITOLO XXI.

Della Quinta.

DAlla sesquialtera 3 a 2 nasce la quinta, che scorgesi essere la seconda delle consonanze fra grave e acuto nell' ordine della loro generazione. Infatti divisa la corda sonora in tre parti rilevasi la detta consonanza nell' ordine armonico fra $\frac{1}{2}$ e $\frac{1}{3}$ = 3 a 2.

Questa chiamasi da' Greci *Diapente*, che significa *per quinque*, atteso che il suo diatonico progresso è di cinque voci o suoni: li gradi però sono quattro, cioè due tuoni maggiori, uno minore, ed un semituono diatonico.

Ella è consonanza primaria e principale, cui corrisponde la sua secondaria, e compimento, come si vedrà nel seguente Cap., ed in oltre forma la cadenza armonica, che senza contrasto è l' autentica, e perfetta. Armonicamente poi divisa la quinta si risolve nelle due terze maggiore, e minore, che specificano li due modi di questo nome.

Due quinte seguenti sono vietate nell' armonia per moto retto, e sono tollerate per moto contrario: se ne rende la ragione nel Terzo Libro. Replicata però la 5.ª rinforza di molto l' armonia, come risulta dalla pratica, e singolarmente nei registri dell' Organo 12.ª, 19.ª, 26.ª, ecc.

Le due quinte poi, l' una minore, e l' altra eccedente, sono dissonanti, nè può negarsi. In pratica però si usano nell' armonia come consonanti, atteso che sono parti integrali d' un accordo, che si tratta come se consonante fosse. Non conviene pertanto alla 5.ª minore l' odioso nome di 5.ª *falsa*, e molto meno quello di 5.ª *diminuita*; mentre che gl' intervalli diminuiti, e gli eccedenti non hanno luogo nel sistema puro diatonico: e diatonica è la 5.ª minore, di cui si parla, poichè dall' armonia della settima corda del modo maggiore trae la sua origine.

CAPITOLO XXII.

Della Quarta.

DAlla sesquiterza 4 a 3 nasce la Quarta, che delle consonanze fra grave e acuto scorgesi essere la terza nell'ordine della loro generazione; poichè divisa la corda sonora in quattro parti rilevasi la detta consonanza nella serie armonica fra $\frac{1}{3}$ ed $\frac{1}{4}$ = 4 a 3.

Questa si chiama da' Greci *Diatessaron*, che significa *per quatuor*, essendo il suo diatonico progresso di quattro voci, o suoni. Li gradi però sono tre solamente, cioè un tuono maggiore, uno minore, ed un semituono diatonico.

Ella è consonanza secondaria, essendo il complemento della quinta all'ottava, come chiaramente si vede nella figura.

Ottava

$\frac{1}{2}$ $\frac{1}{3}$ $\frac{1}{4}$

Quinta Quarta

E perciò Cartesio la chiama ombra della quinta, e consonanza precaria ed accidentale, mentre francamente dice, che *residuum per accidens consonantiam generat*. E' quarta pertanto relativamente alla quinta, non già riferita alla base, che sola ed esclusivamente ha diritto di denominare l'acuto di qualunque intervallo, mentre ad essa tutti si riferiscono, come alla comune sorgente; riferita dunque alla Base è 8.ª non 4.ª

Due Quarte consecutive sono tollerate nell'armonia; non però fra le parti estreme, imperciocchè due quarte sono in sostanza due quinte riversate: nelle parti di mezzo difficilmente dall'orecchio si rilevano, e con tale cautela possono usarsi.

Da due quarte in confronto 9. 12. 16. nasce un intervallo dissonante, che in vero sembra una 7.ª; ma collocati a dovere li tre riferiti termini, si rileva poi che formano una dissonanza assai diversa, come sarà manifesto allorchè delle dissonanze si tratterà di proposito.

Col mezzo della quarta si forma la cadenza aritmetica, cioè discendendo dalla quarta corda alla principale del Modo, non già con salto di quarta dall'ottava corda della Scala alla quinta; poichè sono queste due cadenze ben diverse, come si vedrà in trattando delle cadenze nel Secondo Libro.

Si è poi lungamente disputato, se la quarta sia consonanza o dissonanza. I Teorici a gran ragione l'hanno sempre mai sostenuta consonante: li Pratici dicono, ch'è dissonanza. Andrea Papio ne ha scritto un Libro, mentre con poche parole la questione si risolve. Infatti la quarta che è parte integrale dell'accordo consonante è vera consonanza: quella che è parte aggiunta ed avventizia è dissonante.

Le due Quarte l'una maggiore F. B♮, l'altra diminuita C♯. F. sono dissonanti nei loro rapporti: nondimeno si usano in pratica come consonanti, essendo la maggiore il compimento della quinta minore; e la diminuita il compimento della quinta eccedente. Non si dà pertanto quarta superflua, nè 4.ª falsa, benchè tali nomi inconsideratamente gli vengono attribuiti: di ciò si parlerà nel seguente Libro.

CAPITOLO XXIII.

Della Terza Maggiore.

DAlla ſeſquiquarta 5 a 4 naſce la Terza maggiore, che delle ſemplici conſonanze fra grave e acuto trovaſi ſempre la 4.ª nell'ordine della loro generazione, mentre che diviſa la corda ſonora in cinque parti, rilevaſi queſta conſonanza nella Serie armonica fra $\frac{1}{4}$ ed $\frac{1}{5}$ $=$ 5 a 4.

Queſta ſi chiama dai Latini, ad imitazione dei Greci, *Ditonus*, perchè compoſta di due tuoni. Fra i Moderni ſi chiama Terza maggiore, perciocchè il ſuo diatonico progreſſo è di tre voci, o ſuoni, che racchiudono due tuoni. Preſſo i Greci era diſſonante, perchè compoſta di due tuoni ſeſquiottavi in ragione di 64 a 81. Preſſo di noi è conſonante, perchè compoſta di un tuono ſeſquiottavo, ed un ſeſquinono in ragione di 64 a 80 $= \frac{1}{4}$ a $\frac{1}{5}$.

La terza maggiore è conſonanza primaria e diretta; ed armonicamente diviſa ſi riſolve ne' ſuoi primi componenti $\frac{8}{9}$ e $\frac{9}{10}$. Da queſta viene ſpecificato l'armonial modo maggiore, che è il perfetto; ed è pur eſſa l'anima dell'armonia, perchè ſonora e brillante.

Non è poi altrimenti conſonanza imperfetta la 3.ª maggiore, poichè fievole troppo ed inſuſſiſtente è la ragione che ſe ne reca. Tutte le conſonanze in fatti poſſono di maggiori farſi minori, e di minori farſi maggiori, eccettuatane la ſola 8.ª L'attributo adunque di *conſonanza imperfetta* può ſoltanto appropriarſi alle conſonanze ſecondarie, o vogliam dire ai compimenti delle principali, e primarie.

Anche della Terza ſuperflua F♮ . A𝄪 . parlano ſenza propoſito alcuni Autori, mentre egli è queſto un intervallo ideale, ed abuſivo niente meno che quelli dell' 8.ª ſuperflua C . C𝄪; e della diminuita B♮ . Bb.

C A-

CAPITOLO XXIV.

Della Terza Minore.

SEgue in ordine la Seſquiquinta *6* a 5, da cui naſce la Terza minore, che delle ſemplici conſonanze fra grave e acuto è la quinta ed ultima nell'ordine della loro generazione; imperocchè diviſa la corda ſonora in ſei parti, rilevaſi coteſta conſonanza nella ſerie armonica fra $\frac{1}{5}$ ed $\frac{1}{6}$ = *6* a 5.

La chiamano i Greci *Trihemitonos* o *Hemiditonos*: i Latini *Semiditonus*, cioè 3.ª maggiore mancante di un Semituono. Preſſo di noi ſi chiama 3.ª minore, atteſo che il ſuo diatonico progreſſo è di tre voci o ſuoni, che racchiudono un tuono ſolo, ed un ſemituono, ambi maggiori. Si avverte però che nella moderna Muſica il triemituono è un intervallo incompoſto di due ſole voci formato, come F♮, G✕, ed è propriamente una 2.ª eccedente, non mai una 3.ª

La terza minore è conſonanza ſecondaria, e compimento della *6*.ª maggiore all' 8.ª, come vedremo nel ſeguente Capitolo. Eſſa è poi anche, nella moderna Muſica, di tutte le conſonanze la minima: mentre da i Greci tale riputavaſi la *Diateſſaron* (la Quarta).

Dalla 3.ª minore diretta naſce il modo aritmetico, cioè il minore; ſiccome dalla 3.ª maggiore diretta naſce il modo armonico, cioè il maggiore, come ſi vedrà nel Libro Secondo.

Da due Terze minori ineguali $\overset{45}{B✕}\cdot\overset{54}{D}\cdot\overset{64}{F}$ naſce la quinta minore diatonica, come ſi rileva dalle lettere muſicali; dal quadrato della 3.ª minore 5.ª *6*.ª naſce la quinta minore cromatica $\overset{25}{C✕}\cdot\overset{30}{E}\cdot\overset{36}{G}\,.$ Ambedue coteſte quinte ſi uſano a guiſa di conſonanza, allora quando ſono parti integrali dell' accordo, come già ſi è detto: eſſendo poi aggiunte ed avventizie, ſi trattano col rigore delle diſſonanze.

CAPITOLO XXV.

Della Sesta Maggiore.

COl nome di *consonanza composta* chiamasi comunemente qualunque consonanza aggiunta all'Ottava. In tal senso però non è la *6.ª* maggiore consonanza composta; ma siccome essa deriva da Ragione composta, perciò debbesi come consonanza composta, in altro senso considerare: quindi è che dopo delle Semplici anche a questo modo, si è differito a parlarne.

Dalla super-biparziente-terza 5 a 3 nasce la *6.ª* maggiore, intervallo aritmeticamente composto di 5 a 4, e 4 a 3. Per ordine di natura precede questa consonanza la 3.ª maggiore, atteso che divisa la corda sonora in cinque parti, tosto si manifestano le due Ragioni $\frac{1}{3}$ ad $\frac{1}{5}$ sesta maggiore; e $\frac{1}{4}$ ad $\frac{1}{5}$ terza maggiore: la sesta però vedesi armonicamente composta di $\frac{1}{3}$ ad $\frac{1}{4}$, e di $\frac{1}{4}$ ad $\frac{1}{5}$.

Ora non v'è dubbio, che il rapporto di $\frac{1}{3}$ ad $\frac{1}{5}$ precede quello di $\frac{1}{4}$ ad $\frac{1}{5}$, poichè questo (come parte) nel primo è contenuto: ciò che si conferma dal riflesso ai rispettivi compimenti, mentre di $\frac{3}{5}$ è compimento $\frac{2}{5}$; e quello di $\frac{4}{5}$ è $\frac{5}{8}$. Vana sottigliezza forse ad alcuni sembrerà questa precisione: pure così vuole il buon ordine, come si vedrà in appresso.

Ad imitazione de' Greci la chiamavano i Latini *Hexachordum majus*: noi la chiamiamo sesta maggiore, perciò che il suo diatonico progresso è di sei voci o suoni distribuiti in due tuoni maggiori, due minori, ed un semituono diatonico.

La *6.ª* maggiore è consonanza primaria, ma non è diretta, poichè non ha luogo nella base, o 1.ª armonia; bensì nel modo maggiore ha luogo nella 3.ª armonia in giusta proporzione armonica: e nel modo minore scorgesi nella 2.ª armonia in proporzione aritmetica.

Si

Si dice poi comunemente, che la *6.*ª, essendo composta di 4.ª e 3.ª, è maggiore, se maggiore è la terza, ed è minore, se la 3.ª è minore. V'è nondimeno la *6.*ª maggiore, pur diatonica anch'essa, composta di 3.ª minore e 4.ª maggiore, come D. F. B♮; che ad ogni tratto viene in uso v. gr. C^{5}_{3}. F^{5}_{3}. D^{6}_{3}. E^{6}_{3}, ecc.

CAPITOLO XXVI.

Della Seſta Minore.

L'Ultima è queſta di tutte le conſonanze, poichè eſſa compie l'intero compleſſo o periodo conſonante, ed è in Ragione compoſta: quindi per ogni conto dopo dell'altre tutte doveva parlarſene.

Naſce la *6.*ª minore dalla ragione ſuper-triparziente-quinta, cioè 8 a 5., e nella Serie armonica naſce dal rapporto di $\frac{1}{5}$ ad $\frac{1}{8}$: intervallo compoſto di $\frac{1}{5}$ ad $\frac{1}{6}$, e di $\frac{1}{6}$ ad $\frac{1}{8}$. Eſſa è conſonanza ſecondaria, e compimento della 3.ª maggiore all' 8.ª

Ad imitazione de' Greci la chiamavano i Latini *Hexachordum minus*, perciò che il ſuo diatonico progreſſo è di ſei voci o ſuoni, che ſi diſtribuiſcono in due tuoni maggiori, uno minore, e due ſemituoni diatonici.

La *6.*ª minore, di comune conſenſo e per ogni ragione è conſonanza: li diatonici ſuoi componenti però $\frac{1}{5}$. $\frac{1}{6}$. $\frac{1}{8}$. non ſono in proporzione nè armonica, nè aritmetica. Oſſervaſi nondimeno, che l'anomalia degli eſtremi e delle differenze felicemente ſi ſpiega nella Ragione $\frac{4}{5}$, di cui appunto la *6.*ª minore è il compimento.

Non può negarſi, è vero, che nei ſeguenti numeri 10. 13. *16.* abbia eſſa il ſuo mezzo armonico; ma il 13. non rende ſuono diatonico, e mentre la quarta $\frac{10}{13}$ è mancante, la *3.*ª minore $\frac{13}{16}$ è creſcente, ambedue della Ragione *39* a 40: differenza enorme, che l'una e l'altra conſonanza ſconcerta a diſmiſura.

CAPITOLO XXVII.

Della Quinta Minore.

Oltre i descritti consonanti intervalli, altri ve ne sono, che quantunque tali non sieno di loro natura, nondimeno come se consonanti fossero hanno luogo nell' armonia consonante.

ARTICOLO I.

Fra questi ci si presenta in primo luogo *la* 5.ª *minore diatonica*, la cui ragione è di 45 a 64, come B♮ a F.

Trovasi questa divisa in due 3.ᵉ minori fra di loro ineguali, e sono 45. 54. 64. come B♮. D. F., le quali nel modo maggiore formano l' armonia della 7.ª corda; e nel modo minore quella della 2.ª. Cotesta armonia, benchè diffettosa, rappresenta nondimeno un accordo perfetto, e ne occupa il luogo, adattandosi alla natural serie delle corde o voci, che formano la Scala della 7.ª corda B♮ grave, a B♮ acuto.

Ma appunto perchè nel proprio suo accordo rappresenta la giusta e vera 5.ª, perciò scevra ed immune da qualunque restrittiva legge, qual consonanza liberamente si pone in uso nell' armonia. E qui viene in acconcio di riflettere, che questa stessa 5.ª minore specifica, nel modo maggiore la 7.ª della quinta corda $\overset{36}{\text{G}}.\ \overset{45}{\text{B}\natural}\ \overset{54}{\text{D}}.\ \overset{64}{\text{F}}$ del modo stesso: e gli comunica in certo modo le proprie sue prerogative. Questa perciò (a differenza dell' altre 7.ᵉ minori) si può usare, e si usa di fatto senza preparazione, nè legatura; ed in oltre poichè leggier differenza porta la ragione di $\frac{9}{16}$ da quella di $\frac{4}{7}$, quindi a somiglianza di quest' ultima, anche ascendendo di Semituono, quella può risolversi in consonanza,

co-

come ſi vedrà a ſuo luogo. Il ſuo complemento è la 4.ª maggiore F. B♮, come 32 a 45, che procede colle ſteſſe leggi.

ARTICOLO II.

V' è pur anche la quinta minore in ragione di 25 a 36, ed ha la ſua origine nel modo minore dall' alterazione della 7.ª corda affine di formar la 3.ª maggiore della ſua 5.ª all' uopo della cadenza, come ſi vede nel ſeguente accordo.

E. G♯. B. D.

Nel modo maggiore tutti gl' intervalli ſono diatonici e naturali, cioè maggiori e minori ſolamente. Per l' oppoſto nel modo minore, oltre li diatonici, v' hanno luogo anche li cromatici, cioè li diminuiti e gli eccedenti. Or dunque convien dire, che la 5.ª di cui parliamo è di natura anomala: vale a dire, come intervallo minore *Diatonica*, come alterato dal dieſis in uno degli eſtremi *Cromatica*.

ARTICOLO III.

Oltre le due enunciate 5.ᵉ minori da due 3.ᵉ pur minori formate, un' altra ci ſi fa d' avanti veramente cromatica, perchè compoſta di una 3.ª diminuita nel grave, e di una maggiore nell' acuto nei ſeguenti termini

225.	256.	320.
D♯.	F♮.	A.

Di queſt' accordo, quanto ignorato o traſcurato ne' ſecoli paſſati, tanto più frequente n' è l' uſo a' giorni noſtri, principalmente nella ſeconda ſua armonia, cioè qualunque volta ſi fa ſentire la 6.ª eccedente: e chiunque ammette codeſto intervallo, non può in verun modo, ſenza contraddirſi, negar l' uſo della 3.ª diminuita; e per conſeguenza la 5.ª minore, di cui qui ſi parla. Nondimeno tanto viene in acconcio, che la vedo felicemente praticata da celebri

lebri Componitori per ſolo ſentimento , e ſcortati dal Cembalo: la verità in ogni modo ſi apre il varco.

Naſce la 3.ª diminuita nel modo minore , preciſamente dall' alterazione della 4.ª corda della Scala ; e nel Secondo Libro ſi porrà in chiaro l'origine d'una tal alterazione, ove ſi tratterà delle varie Scale muſicali.

ARTICOLO IV.

Finalmente per eſaurire ciò che ſpetta al preſente Capitolo , ſoggiungo che (all' oppoſto della mentovata 5.ª) un' altra pure ve n' è , compoſta di 3.ª maggiore nel grave, ed una diminuita nell' acuto ; come a dire:

E. G✕. Bb.

Nell' uſo però richiedeſi un particolar artificio : e però deve riſervarſi queſt' intervallo al caſo , ove per qualche particolare eſpreſſione venga in acconcio.

Non può aver luogo una tal 5.ª, ſe non nella 5.ª corda del modo minore , preceduta però dalla 2.ª corda diminuita dal b molle. Ma poi come poſſa coteſta corda ſegnata col b molle introdurſi nel modo naturale, è queſtione non agevole da riſolverſi ; imperciocchè lungo e fino ragionamento richiede : quindi riſervato al Secondo Libro, dove ſi parlerà dell' origine del modo minore.

Baſterà dunque per ora riflettere , che (comunque al modo naturale poſſa queſta corda adattarſi) con frequenza nondimeno vedeſi quaſi per iſtinto da chiunque praticata.

C A-

CAPITOLO XXVIII.

Della Quinta Eccedente.

SIccome è certo certiſſimo che la quinta minore diatonica ha luogo ugualmente nei due modi maggiore, e minore; così non v' è dubbio che la 5.ª eccedente nel modo minore ſolamente ha luogo del pari che ogni altro intervallo eccedente o diminuito: eſſendo queſti, niuno eccettuato, intervalli cromatici.

Geometrica è negli eſtremi 16 a 25, e diviſa dal ſuo mezzo 20, ſi riſolve in due eſatte 3.ᵉ maggiori, cioè

16.	20.	25.
F.	A.	C✕.

Nondimeno ſuperato o traſcurato l' oſtacolo, viene anch' eſſa (la 5.ª eccedente) in uſo qual conſonanza nell' armonia, ſolamente perchè rappreſenta, al caſo, la vera 5.ª, occupandone il luogo, come della 5.ª minore ſi è già detto.

Nella 3.ª corda però del modo minore preciſamente, e non in altre, può aver luogo coteſto intervallo; e dalla ſola alterazione della 7.ª corda G✕ prende la ſua origine.

Poichè dunque tanto la 5.ª minore, quanto l' eccedente occupano riſpettivamente il luogo della giuſta e vera 5.ª, ne ſegue che ambedue ſono nel riſpettivo accordo parti integrali dell' armonia; non già accidentali, ed aggiunte, come lo ſono tutte le vere diſſonanze.

A gran ragione per tanto l' una, e l' altra come conſonanze ſi trattano.

E' compoſta la 5.ª eccedente di due tuoni, l' uno maggiore, l' altro minore, un ſemituono diatonico, ed un trictriemituono nella ragione di 64 a 75. cioè proſſimamente di $\frac{1}{6}$ ad $\frac{1}{7}$; imperocchè la differenza ſta da 224 a 225.

Il complemento della 5.ª eccedente è la 4.ª diminuita, che trovaſi composta di due ſemituoni diatonici ſeparati da un tuono maggiore, come qui appreſſo ſi vede.

Quinta eccedente

C . D . E . F . G✕ . A . B♮ . C.

$\frac{8}{9}$ $\frac{9}{10}$ $\frac{15}{16}$ $\frac{64}{75}$ $\frac{15}{16}$ $\frac{8}{9}$ $\frac{15}{16}$ *Tav. VIII.*

Quarta diminuita

CAPITOLO XXIX.

Della Seſta Eccedente.

DOpo aver trattato di tutti gl' intervalli conſonanti, da cui riſultano gli accordi *conſonanti a rigore*, ho creduto di non poter diſpenſarmi dal ragionar pur anche delle due 5.^{e} diſſonanti, quali ſono la minore, e l' eccedente; imperciocchè l' una e l' altra formano tali accordi, che occupando la ſede dei conſonanti, in guiſa tale gli rappreſentano, che come conſonanti ſi offrono all' uſo, che liberamente, e felicemente tutto di ſe ne va facendo.

Delle 5.^{e} minori una è quella (Cap. XXVII. Art. III.) che forma l' accordo D♯. F♮. A. Ora ſi vuol far riflettere ai Giovani Componitori, che dato un tal accordo, ne viene per ordine nella 2.^{a} armonia quello di F. A. D♯, i cui eſtremi ſono appunto nell' intervallo di *6.*^{a} eccedente. Nella 3.^{a} armonia poi, (che ſi ſpiega in A. D♯. F♮) ſcorgeſi la *6.*^{a} minore compoſta di 4.^{a} maggiore, e 3.^{a} diminuita. Nè altro qui ci occorre di ſoggiungere, riſervandoci al Terzo Libro il di più che deve dirſene, trattando dell' uſo che può farſene nella pratica.

CAPITOLO XXX.

Cosa s' intenda per dissonanza, e quale sia.

ALle consonanze per ragion d' ordine le dissonanze succedono: cosa nota in genere anche agli antichi, come vedesi in Tolommeo (*a*). Infatti gl' impari dissonanti 7. 9. 11. 13. 15. sono preceduti dalli consonanti 1. 3. 5., e tutti in serie vengon prodotti dall' ordinata e regolar divisione della corda sonora.

Nasce la dissonanza dall' ingrata sensazione, che cagiona il contrasto di due suoni, che insieme non possono mescolarsi. Non altrimenti perciò la definiscono Euclide (*b*), e Boezio (*c*).

Cotesti suoni dissonanti devono però esser concinni, cioè idonei al canto; quindi soggiunge tosto lo stesso Euclide (*d*) che tali suoni non altri esser devono che le differenze delle stesse consonanze; la qual cosa non altrimenti poter essere si vedrà, allorchè si dovrà trattare dell' origine della scala diatonica, e delle leggi particolari delle dissonanze.

Soggiunge finalmente, che *dissonanza*, e *discordanza* (termini sinonimi quanto alla sostanza) dovranno quanto all' uso intendersi in senso diverso, come opportunamente sarà spiegato nel Libro Terzo.

(*a*) *Oportet autem ubique antecedere, atque antea supponi unisona consonis, & consona concinnis.* Harm. Lib. 2. Cap. 9.

(*b*) *Dissonantia est in duobus sonis mixtionis fuga, qui cum misceri recusent, asperitate quadam aures lædunt.* Harm. Introd. pag. 8.

(*c*) *Voces dissonæ sunt quæ simul pulsæ non reddunt suavem, neque permixtum sonum.* Mus. Lib. 4.

(*d*) *Adeoque ex tonis eos oportet prius sumere, qui sunt consoni; deinde eos, qui illorum inter se excessu inveniuntur.* Harm. Introd. pag. 8.

CAPITOLO XXXI.

Del Principio, e cagione delle Diſſonanze.

EPilogando tutto ciò, che ſi è detto del Principio e cagione delle conſonanze, cioè 1.° che ſolamente li ſuoni in proporzione armonica corriſpondenti ad $1 \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{5}$ della corda ſonora ſono fra di loro conſonanti, e col mezzo delle replicazioni formano l' intero accordo e compleſſo conſonante. 2.° che perciò ſono coteſti ſuoni fra di loro conſonanti, atteſo che li Reſidui ſono con eſſi in progreſſione dupla-continua cioè $\frac{1}{2}$ ad $\frac{1}{2}$; $\frac{2}{3}$ ad $\frac{1}{3}$; $\frac{4}{5}$ ad $\frac{1}{5}$. 3.° che ſebbene di $\frac{1}{9}$ il reſiduo $\frac{8}{9}$ veggaſi nella ſteſſa progreſſione con $\frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{4}{5}$. nondimeno dalla ſerie delle conſonanze rimane eſcluſo in virtù e forza della proporzione geometrica, $1 \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{9}$. 4.° che coteſti ſuoni, componenti colle loro replicazioni diverſi regiſtri dell' Organo, ſi abbracciano, e s' uniſcono in un ſuono ſolo. 5.° che nell' intero compleſſo conſonante ſi racchiude la *Semplice*, la *Piana*, e la *Solida* armonia. *6.°* che nella quadrupla armonica ſi compiſce la progreſſione conſonante, imperocchè $\frac{1}{3}$ è mezzo armonico della quintupla, e della dupla; ed $\frac{1}{5}$ è mezzo armonico della quadrupla, e della ſeſquialtera.

Tutto ciò premeſſo e preſuppoſto, poichè ſi reſtringono in origine li ſuoni conſonanti in quelli tre ſolamente, che corriſpondono ad $1 \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{5}$. della corda ſonora, gl' impari che ſeguono cioè $\frac{1}{7} \cdot \frac{1}{9} \cdot \frac{1}{11} \cdot \frac{1}{13} \cdot \frac{1}{15}$. ecc. rendono ſuoni per neceſſaria conſeguenza diſſonanti, e fra queſti varj anche *inconcinni*, che perciò in fatti non hanno luogo nella noſtra moderna ſcala. Tali ſono $\frac{1}{7} \cdot \frac{1}{11} \cdot \frac{1}{13}$: della qual coſa ſi recherà in appreſſo chiara ed evidente la ragione.

Venendo dunque al punto della vera cagione delle diſſonanze, dico e ſoſtengo eſſer opera queſta preciſamente della proporzione geometrica, formata però dalli ſoli tre conſonanti ed armonici numeri $1 . \frac{1}{3} . \frac{1}{5}$. eſſendo coſa certa, che dovunque è proporzione geometrica ivi è diſſonanza, e dovunque è diſſonanza ivi ſcorgeſi a mano ſicura la proporzione geometrica.

Infatti quattro ſolamente ſono li ſuoni conſonanti, che corriſpondono ad $1 . \frac{1}{3} . \frac{1}{5}$. tanto nella ſcala noſtra diatonica, quanto in quella della ſerie armonica prodotta dalla diviſione della corda ſonora in $\frac{1}{8} . \frac{1}{9} . \frac{1}{10} . \frac{1}{11} . \frac{1}{12} . \frac{1}{13} . \frac{1}{14} . \frac{1}{15} . \frac{1}{16}$.

Fra queſti adunque ſono diſſonanti $\frac{1}{9} . \frac{1}{13} . \frac{1}{14} . \frac{1}{15}$; de' quali però (coſa rimarcabile) due ſolamente hanno luogo nella ſcala noſtra, e nella moderna Muſica, cioè $\frac{1}{9}$ ed $\frac{1}{15}$, che ſcorgonſi geometrici, e prodotti da $\frac{1}{3} . \frac{1}{5}$. ciò che ſi fa manifeſto nella proporzione continua di $1 . \frac{1}{3} . \frac{1}{9}$; come pure nella diſcreta $1 : \frac{1}{3} :: \frac{1}{5} : \frac{1}{15}$.

Seguendo pertanto queſta traccia ſi dirà ∺ $1 . \frac{1}{3} . \frac{1}{9} . \frac{1}{27}$; quindi $1 : \frac{1}{5} :: \frac{1}{9} : \frac{1}{45}$. e ſi avranno in tal modo li quattro ſuoni diſſonanti $\frac{1}{9} . \frac{1}{15} . \frac{1}{27} . \frac{1}{45}$. che uniti alli tre primi conſonanti $1 . \frac{1}{3} . \frac{1}{5}$. compongono l' intera ſcala. Quale poi delle ſette ſcale di lettura e ſpecie diverſa ne riſulti, lo vedremo nel Libro II., e dove ſi tratterà dell' adattazione delle Gregoriane o muſicali lettere alla ſerie armonica.

Quanto all' eſcluſiva delli tre ſuoni provenienti da $\frac{1}{7} . \frac{1}{11} . \frac{1}{13}$. di cui abbiam promeſſo di parlare, chiara ed evidente ſe ne manifeſta la cagione, toſto che ſi rifletta, che non ſon eſſi geometrici, nè ſono prodotti da $1 . \frac{1}{3} . \frac{1}{5}$. condizioni e qualità ambedue inſeparabili dai numeri e ſuoni diſſonanti. Privi adunque dei neceſſarj mentovati requiſiti, di cui ſono incapaci, avvengachè numeri primi; quindi ne ſegue, che quali *inconcinni ed inetti al canto* rimangono eſcluſi, non che dall' armonia, anche dalla melodia.

Ne avvalora in oltre l'eſcluſiva, l'eſſere coteſti ſuoni $\frac{1}{7} . \frac{1}{11} . \frac{1}{13}$. li mezzi armonici delle tre conſonanze ſecondarie, quali ſono la Quarta (compimento della Quinta) $\frac{1}{6} . \frac{1}{7} . \frac{1}{8}$; la Terza minore (compimento della Sesta maggiore) $\frac{1}{10} \cdot \frac{1}{11} \cdot \frac{1}{12}$; e la Sesta minore (compimento della Terza maggiore) $\frac{1}{10} \cdot \frac{1}{13} \cdot \frac{1}{16}$. Non pertanto debbono essi onninamente rigettarsi, avvengachè per analogia ed approssimazione possono non di rado venir in uso.

Stabilito adunque il Principio e cagione delle dissonanze nella proporzione geometrica solamente dalli consonanti numeri $1 \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{5}$; si avverte in oltre, che non solo dalla proporzione geometrica formale e rigorosa, o continua, o discreta nascono le dissonanze, ma in oltre dalla derivata per dupla progressione, come fu accennato nel Cap. X., ed ugualmente da intervalli geometrici per replicazione, e per approssimazione; in somma da qualunque intervallo di *natura geometrica*.

Alcuno già scrisse, che nascono le dissonanze dall' introduzione di due simili intervalli nello stesso accordo consonante, e nulla più; ed io soggiungo, che data una parte estranea aggiunta alle integrali, ed essenziali dell' accordo consonante, trovansi in tal caso uniti insieme nel dato intervallo il mezzo armonico, e l' aritmetico, che fra di loro sono geometrici, e perciò ne risulta la dissonanza.

Altri senza ulterior esame sopra la natura, l' origine, e la cagione delle dissonanze, in poche parole si spediscono, dicendo, che dove sono due voci contigue, ivi è dissonanza, e vice versa. Questa è verità di fatto, soggiungo io, e non possono esser contigue se non per tuono, o semituono, poichè tre solamente sono li gradi diatonici, cioè tuono maggiore $\frac{8}{9}$; tuono minore $\frac{9}{10}$; e semituono $\frac{15}{16}$. Ma questi stessi in proporzione geometrica si risolvono; dunque per ogni conto nella proporzione geometrica devesi ravvisare, e riconoscere l' origine delle dissonanze.

Per qual modo poi in proporzione geometrica si risolvano li gradi diatonici, col mezzo d' un esempio si farà chiaro, e manifesto. Dato v. gr. il tuono maggiore $\frac{8}{9}$; si dividano

tanto

tanto l' antecedente che il conſeguente della data Ragione per gli ultimi ſuoi diviſori. Sarà dunque $8 = 2 \times 4$; e $9 = 3 \times 3$. Formata quindi la Ragione $\frac{2}{3}$ dal primo diviſore dell' 8; e dal ſecondo del 9; quindi l' altra $\frac{3}{4}$ dal primo diviſore del 9, e dal ſecondo dell' 8; dico che ſommate, e ſottratte fra di loro coteſte due Ragioni, ne riſulta la proporzione geometrica, come qui appreſſo. Ragione data $\frac{8}{9}$. diviſori $\frac{2 \times 4}{3 \times 3}$. Ragioni da eſſi formate $\frac{2}{3}$; $\frac{3}{4}$. Somma e ſottrazione, onde riſulta la proporzione geometrica $6:8::9:12$; dunque il tuono maggiore ſi riſolve in proporzione geometrica.

Così dato il tuono minore $\frac{9}{10}$, ſono li ſuoi diviſori $\frac{3 \times 3}{2 \times 5}$, le Ragioni da eſſi formate $\frac{3}{5}$. $\frac{2}{3}$, che ſommate e ſottratte danno la proporzione geometrica $6:9::10:15$.

Finalmente dato il diatonico ſemituono $\frac{15}{16}$, ſono li ſuoi diviſori $\frac{3 \times 5}{4 \times 4}$, le Ragioni da eſſi formate $\frac{3}{4}$. $\frac{4}{5}$, che ſommate, e ſottratte danno la geometrica proporzione $12:15::16:20$.

Dalle tre riportate geometriche proporzioni prendono l' origine tutte le diſſonanze, o immediatamente, o mediatamente: o eſattamente, o per replicazione o diviſione, o per approſſimazione, ecc. atteſochè in qualunque modo ſieno eſpreſſe, l' originaria loro indole geometrica ſempre ritengono, e trattando in appreſſo di ciaſcheduna diſſonanza in particolare vie più manifeſto ſi renderà quanto fin qui s' è detto.

CAPITOLO XXXII.

Quante, e quali sieno le Dissonanze.

Fissate nelle otto voci della scala diatonica la 1.ª, 3.ª, 5.ª, e 8.ª, che formano l' intero accordo consonante, ne rimangono escluse la 2.ª, 4.ª, 6.ª, 7.ª, attesochè ciascuna di queste voci dissuona con l' intero accordo consonante. Nondimeno la *6.ª* fra le consonanze suole annoverarsi assolutamente, e senza distinzione; la 4.ª poi or sì, or no: in somma la teoria delle dissonanze nel più gran bujo giace involta.

Lasciati per tanto in disparte li pregiudizj degl' incolti Professori, dico che in genere quattro sono le dissonanze, cioè 7.ª, *9.ª*, 11.ª, e 13.ª, che poscia in maggiori, e minori si suddividono, giusta la natura e proprietà degl' intervalli diatonici.

Non si annovera fra le dissonanze la 2.ª, attesochè dovunque, ed in qualunque modo abbia luogo nell' armonia, mai sempre è consonante: nè altrimenti può essere, nascendo la 2.ª costantemente dal riversamento di alcuna dissonanza, e scorgesi in tal caso essere di fatto o la base, o la 3.ª, o la 5.ª dell' accordo consonante; la qual cosa nel Lib. III. si manifesterà ad evidenza.

E' poi comune opinione, che la *9.ª*, l' 11.ª, e la 13.ª sieno mere replicazioni della 2.ª, 4.ª, e *6.ª*; ciò ch' è verissimo nella melodia, ma non già nell' armonia, in cui non hanno luogo nè la 2.ª, nè la 4.ª, nè la *6.ª*. Infatti si vuole dissonanza la 2.ª, ed anche la *9.ª*; ma donde avviene poi, che si soggetti la *9.ª* alle leggi delle dissonanze, e la 2.ª ne vada esente? Non sono dunque la stessa cosa, nè una dell' altra mera replicazione. Lo stesso rispettivamente accade dell' 11.ª e della 4.ª, della 13.ª e della *6.ª*; e per poco che vi si riſi rifletta, toſto ſi rileva, che la 4.ª (oltre l' eſſer voce di pura melodia nell' 8.ª o ſcala grave) non può eſſere in modo alcuno diſſonanza armonica, poichè non può aver parte nelle tre armonie dell' accordo conſonante: eſſendo manifeſto, che ſiccome la 4.ª diviene 2.ª nella ſeconda armonia, così nella terza armonia diventa zero. Quanto alla 6.ª (voce melodica al pari della 4.ª) può aver bensì parte nelle tre armonie; ma introduce in ognuna di eſſe equivoche ſegnature, come che appartenenti alla 7.ª nelle armonie 2.ª e 3.ª, e nel ſuo riverſamento: ma ciò ſia detto *ex abundanti*, giacchè la 6.ª corda fra le diſſonanti non ſi annovera dai pratici, ma bensì fra le conſonanti.

Le quattro diſſonanze ſono dunque la 7.ª, la 9.ª, l' 11.ª, e la 13.ª, e di ciaſcuna in particolare ben toſto favelleremo.

Avanti però di dar fine al preſente Cap. ſembrami neceſſario di eſaminar il ſiſtema delle diſſonanze di M.r Rameau (autore per altro e riſpettabile, e benemerito) rilevandone gl' importanti difetti, acciò l' ineſperta Gioventù abbagliata dalla fama, e dagli elogj de' ſuoi nazionali, non lo abbracci ad occhi chiuſi.

Soſtiene dunque M.r Rameau, che una ſola diſſonanza v' è nella Muſica, cioè la 7.ª minore, e che ad eſſa ſi riducono e la 9.ª e l' 11.ª, ſupponendo il Baſſo fondamentale una 3.ª, o una 5.ª ſopra il Baſſo continuo, da eſſo poi chiamato Baſſo per *ſuppoſizione*, e ſuoni aggiunti, atteſo che nel ſuo ſiſtema le diſſonanze, tutte quante ſono, devono ſtare nei cancelli dell' 8.ª, la 13.ª gli fu incognita, e perciò non ne fa parola. Dice che le due mentovate diſſonanze ſono mere *ſoſpenſioni* delle vicine conſonanze, in cui ſi riſolvono, dice che trovandoſi il Baſſo fondamentale ſopra il Baſſo continuo nel caſo della 9.ª, o 11.ª, o altre diſſonanze di ſuo conio, devonſi ommettere or queſti, ed ora quegli altri ſuoni. Dice che ſiccome dalla 7.ª minore derivano le diſſonanze minori, così le maggiori derivano dalla 3.ª maggiore.

Dice..... (*a*) e che non dice parlando delle diſſonanze! Per verità tante coſe dice fuor di propoſito, e ſenza ragione, che nè di maggiore, nè di uguale ſtravaganza potrebbe chiunque immaginarſene.

1. Confeſſa egli ſteſſo, che oltre il Baſſo fondamentale unito con la 3.ª 5.ª e 8.ª, tutti gli altri ſuoni contenuti n gli eſtremi d' una 8.ª ſono diſſonanti; dunque, dico io, confeſſa che quattro ſono le diſſonanze: nè v' entrano qui ſuppoſizioni, ſoſpenſioni, o interdetti.

2. La 7.ª ha tanti e poi tanti privilegj, che ad eſſa ſolamente appartengono: e più aſſai la minore, che la maggiore. Se dunque la 9.ª, e l' 11.ª non godono le ſteſſe prerogative (ed è verità di fatto) come mai poſſon eſſere la ſteſſa 7.ª! Nondimeno lo ſoſtiene M.r Rameau, ad eſſa riducendole mediante una ſua macchina, che contro dovere, ragione, e natura innalza il Baſſo fondamentale ora di una 3.ª, ed ora di una 5.ª

3. Soſtiene, che la 9.ª così deve chiamarſi, e non 2.ª: e dice beniſſimo: che l' 11.ª deve chiamarſi 11.ª, e non 4.ª, ed ha ragione. Ma come vuol egli poi, che queſte non ſieno altro che la 7.ª, unica diſſonanza della muſica? La ſola diſtanza certamente determina qualunque intervallo, e lo denomina; e per tal modo la 9.ª, e l' 11.ª non poſſono eſſere la 7.ª, poichè queſta contiene ſette voci, la 9.ª nove, la 11.ª undici; ſon eſſe dunque tre diſſonanze fra loro diverſe, e per natura diſtinte, così che in ogni aſpetto, e ad onta di qualunque artificio conſervano mai ſempre l' originaria loro indole.

4. Non può negarſi, che tutte le diſſonanze, in alcuno dei varj ſuoi aſpetti ſi riducono a 7.ª, atteſochè di fatto ciaſcuna di eſſe in ſimile intervallo ſcorgeſi collocata con alcuna parte integrale dell' accordo conſonante o ſua replicazione. Ma oltre di che in riguardo ſolamente agli apparenti intervalli

---

(*a*) Rameau Trattato dell' Armonia lib. 1. cap. 6. e 11.

valli ciò si verifica, devesi avvertire, che le dissonanze prendono costantemente il nome dalla *Base*, cioè dal fondamento della 1.ª armonia, non già dalla 2.ª o dalla 3.ª. M.r Rameau, egli che perpetuamente insiste sopra l' unità di un principio, infelicemente, e per fatalità abbandona poi questa santa massima, allorchè tratta delle dissonanze. Non però così ragionerebbe, se avesse ben concepita la natura delle dissonanze relativamente all' armonia, ed al contrappunto, in cui han luogo soltanto come *parti accidentali artificiosamente aggiunte alle parti dell' accordo consonante*. E siccome di questo, in qualunque aspetto sia, riconosce un solo Basso fondamentale, cioè una sola Base, avrebbe del pari inteso, che alla medesima le dissonanze sono appoggiate, e da quella pur anche prendono la loro denominazione.

5. Vuole M.r Rameau, che alla 7.ª tutte le dissonanze si riducano, col riflesso che nei cancelli dell' 8.ª, come voce primitiva, essa solamente (la 7.ª) è contenuta, mentre qualunque voce sopra l' 8.ª è una pura replicazione. Ma quindi si rileva essersi egli dimenticato la differenza che passa fra l' armonia e la melodia. Infatti la 9.ª e. gr. considerata nella melodia è una replicazione della 2.ª, e come tale conserva l' originaria sua natura. E siccome v' è la 2.ª minore, la maggiore, e l' eccedente, così pure è della 9.ª nella melodia. Che se prendasi a considerare nell' armonia, non è più quella stessa, e cambia natura.

Concede infatti M.r Rameau, che la 9.ª è obbligata a preparazione, legatura, e risoluzione. Ma come mai potrà egli far uso della 9.ª eccedente, che non ha luogo nell' armonia, e per natura sua ripugna alla risoluzione? Tenterebbe egli forse a questo passo di ricorrere alla risoluzione, ch' egli asserisce dovuta a tutte le dissonanze maggiori, ascendendo in vece di degradare? Ma un nuovo inciampo è questo, che seco attrae l' infelice idea di quelle sue dissonanze, che ascendendo risolve, come a dire il suo tritono, ed altre di simil conio. Di queste però si parlerà nel Lib. III., ove collocate vedrannoſi nel vero loro lume; e baſti per ora aver rilevato, che laddove delle $7.^{e}$ ne ſono tre differenti, non meno nella melodia che nell' armonia; delle $9.^{e}$ tre bensì ne ſono nella melodia, ma due ſolamente nell' armonia; e di ciò la chiara conſeguenza ſi è, che la $9.^{a}$ non è la $7.^{a}$, nè da queſta deriva. Nella $7.^{a}$ dunque non ſi rifondono tutte le diſſonanze, ma bensì oltre la $7.^{a}$ altre tre ve ne ſono da queſta diverſe e diſtinte, cioè la $9.^{a}$, l' $11.^{a}$ e la $13.^{a}$; e di ciaſcheduna ordinatamente imprenderemo toſto a ragionare, onde in chiaro lume ſi ponga queſta verità, *che non una ſola, bensì quattro ſono in genere le diſſonanze.*

CAPITOLO XXXIII.

Della Settima.

Di tutte le diſſonanze, in uſo preſſo i Muſici, la 7.ª è la prima che ſi affaccia, per eſſere la più frequentata. E poichè ſi è detto, che la diſſonanza trae l' origine dalla proporzione geometrica, o continua o diſcreta, ecc. colla maggior chiarezza perciò ſi tenterà di farlo paleſe.

Tre ſono, e non più, le ſettime diatoniche, cioè la maggiore $\frac{8}{15}$, e le due minori $\frac{5}{9}$, e $\frac{9}{16}$. La maggiore è 7.ª in origine, e patentemente geometrica, poichè naſce da $\begin{array}{cccc} 1 : & 3 :: & 5 : & 15 \\ F & C & A & E \end{array}$; dico in origine, perchè s' appoggia alla prima armonia, come lo manifeſtano $\begin{array}{cccc} 8 . & 10 . & 12 . & 15 . \\ F & A & C & E \end{array}$ che ſolamente approſſimati non mutano natura; ond' è che delli precedenti recano li ſuoni equiſoni riſtretti ſoltanto in un accordo di tre 3.ᵉ, mentre nella p. pianta ſi ſtendono preſſo che a quattro ottave. Le ſotto poſte lettere muſicali dimoſtrano all' occhio l' enunciata equiſonanza.

La ſettima minore $\frac{5}{9}$ è pur anche geometrica, poichè deriva dall' unione de' due mezzi l' armonico, e l' aritmetico nella quintupla, cioè $1 . \frac{5}{3} . 3 . 5 = 3 : 5 :: 9 : 15$; che approſſimati e riſtretti in un accordo di tre 3ᵉ., ſarà $\begin{array}{cccc} 10 : & 12 :: & 15 : & 18 . \\ A & C & E & G \end{array}$

Si ſcorge nella 2.ª armonia dell' accordo con la 9.ª aggiunta, come ſi vede nella figura (Lib. III.) Quella però è vera 9.ª in ſoſtanza ed in fatto; e 7.ª poi ſoltanto in apparenza; quindi è che non ſi manifeſta all' occhio la proporzione geometrica. Per maggior chiarezza adunque ſtendo qui l' intero accordo conſonante nella prima armonia colla giunta

della

della $9.^a$, cioè $\begin{matrix}4 & \cdot 5 & \cdot 6 & \cdot 8 & \cdot 9\cdot\\ F & A & C & F & G\end{matrix}$ Ora è coſa certa, che paſſando da queſta alla $2.^a$ armonia $\begin{matrix}5 & \cdot 6 & \cdot 8 & \cdot 9\cdot\\ A & C & F & G\end{matrix}$ ſi ſcorgono gli eſtremi nell'intervallo di $7.^a$, ma in realtà ſuſſiſte ſempre la ſteſſa $9.^a$, che $7.^a$ appariſce, perchè di una $3.^a$ degradar deve neceſſariamente l'acuto, allorchè per lo ſteſſo intervallo il grave aſcende. La geometrica proporzione poi coſtantemente ſuſſiſte in forza dell' equiſonanza di 4, e 8, come nel Cap. XVIII. ſi è accennato: nè di più qui m' innoltro.

Rimane finalmente da conſiderarſi la ſettima minore $\frac{9}{16}$, che patentemente geometrica ſi ravviſa ne' ſeguenti termini $\begin{matrix}9 & \cdot 12 & \cdot 16\cdot\\ G & C & F\end{matrix}$ (forma ſua originaria). E poichè trovaſi diviſa in due quarte è facile il rilevare, che coteſta diviſione naſce dal riverſamento della $9.^a$, come ſi vedrà nel Lib. III. Nell' uſo comune però trovaſi la ſettima $\frac{9}{16}$ diviſa in tre terze, nel modo che ſegue $\begin{matrix}36 & \cdot 45 & \cdot 54 & \cdot 64;\\ G & B\natural & D & F\end{matrix}$ e l' accordo ſi concede diſſonante, come lo è di fatto.

Taluno però, non perſuaſo che dalla proporzione geometrica derivino le diſſonanze, tenterebbe di contraſtarlo da che non ſono $\div\!\div$ $\begin{matrix}45 & \cdot 54 & \cdot 64\cdot\\ B\natural & D & F\end{matrix}$ ma indarno, atteſo che l' intero accordo deriva da $\begin{matrix}9 & \cdot 12 & \cdot 16\cdot\\ G & C & F\end{matrix}$, e la differenza di un comma nelle due terze 45. 54. 64. non diſtrugge la proporzione geometrica, che nell' armonia ben diverſamente (come già ſi è detto) dai calcoli puri geometrici deve intenderſi, giacchè feconda in ſommo grado, feriſce coſtantemente l' orecchio, ſol tanto che diſſonante ſia un intervallo nella prima ſua origine.

Mentre però la differenza di un comma nelle mentovate due terze non ha forza di diſtruggere la diſſonannanza dell' accordo, ſerve nondimeno a rendere la diſſonanza ſteſſa meno aſpra all' udito; ond' è che quanto meno ha di aſprezza, tanto meno richiede nell' uſo di cautela e di artifizio: e quindi derivano in gran parte i privilegj che ſopra le altre ſettime a queſta ſono conceſſi, come ſi vedrà in appreſſo.

CAPITOLO XXXIV.

Della Nona.

DOpo la 7.ª, giuſta l' ordine delle diſſonanze viene la 9.ª, delle quali nel ſiſtema diatonico due ſole ſe ne contano, cioè la maggiore $\frac{4}{9}$, e la minore $\frac{15}{16}$. Ve n' è per vero dire, anche un' altra, cioè $\frac{9}{20}$; ma ſiccome degrada queſta dalla maggiore ſuddetta d' un ſolo comma: e nella pratica non ſi cura una sì fatta differenza (in grazia del temperamento) nelli due tuoni maggiore, e minore $\frac{8}{9} \cdot \frac{9}{10}$; perciò le due none, che da queſti derivano come maggiori, ed uguali pur eſſe vengono conſiderate, ed ambedue alla ſteſſa legge ſoggette. Quindi di eſſa $\frac{9}{20}$ non occorre di trattar ſeparatamente, ed in particolare.

Della maggiore adunque parlando, dico ch' eſſa trae la prima ſua origine da $\underset{F}{1} \cdot \underset{C}{3} \cdot \underset{G}{9}$ che approſſimati, e ridotti al preciſo intervallo di nona vien eſpreſſa da $\underset{F}{4} \cdot \underset{C}{6} \cdot \underset{G}{9}$; la proporzione geometrica è patente nei numeri, e ſuoni originarj ugualmente che negli approſſimati; dunque dalla geometrica proporzione deriva in ogni modo anche la diſſonanza di 9.ª maggiore.

La nona minore poi ſoggiace a i più vivi contraſti di quelli, che nella geometrica proporzione negano l' origine delle diſſonanze, atteſo che delle due 5.ᵉ che la compongono, una è maggiore, e l' altra minore. Così è di fatto. Anzi ſoggiungo in oltre, che quella tal 5.ª minore non è come dovrebbe eſſere, in ragione di $\frac{25}{36}$, ma ſolamente di $\frac{45}{64}$, e perciò mancante dalla ſua giuſta quantità di un intero comma.

Avver-

Avvertaſi però che per natura ſua tale ſi è la 5.ª minore diatonica che parte integrale ella è del ſettimo accordo B♮. D. F. B♮. ricevuto ed uſato come conſonante in tutte le ſue parti, poichè rappreſenta la perfetta armonia eſpreſſa negli accordi delle precedenti ſei corde dell' ottava, o ſcala diatonica. Se dunque viene trattata nella pratica come conſonanza, e come tale è ricevuta dall' orecchio; qual meraviglia ſia, che unita ad una 5.ª eſatta porga al ſenſorio l' effetto di due quinte maggiori, e conſonanti, cioè il contraſto, e la diſſonanza?

Fin qui ho ragionato per deduzione, ſufficiente però a perſuadere chiunque rifletta alla natura de' noſtri ſenſi, che veggono tal volta non vedendo, e odono non udendo.

Ora dunque ad altra via m' appiglio; e poichè la 9.ª minore ſupera l' ottava di un ſemituono diatonico, viene in acconcio l'eſame della Ragione $\frac{15}{16}$.

Ma ſiccome eſpreſſamente in queſto Primo Lib. dovrò ſpiegare ciò ch'io intendo ſotto il nome di analiſi di una data Ragione, così al preſente, per maggior facilità e brevità inſieme, mi reſtringo riflettendo ſolamente, che ſottratta dalla 4.ª la 3.ª maggiore, e ſommati poi li due antecedenti, e così pure li due conſeguenti, ne riſultano li numeri $\begin{matrix} 12. & 15. & 16. & 20. \\ C & E & F & A \end{matrix}$ cui corriſpondono li ſuoni indicati dalle ſotto notate lettere muſicali.

Contraſtano ſenza dubbio fra di loro li ſuoni $\begin{matrix} 15. & 16. \\ E & F \end{matrix}$; dunque mentre l' uno è conſonante, l' altro ſarà diſſonante, e vice verſa; atteſochè eſſendo fra di loro geometrici l' uno eſclude l' altro dall' armonia conſonante. Infatti nell' accordo $\begin{matrix} 8. & 10. & 12. \\ F & A & C \end{matrix}$ ſarà diſſonante $\begin{matrix} 15. \\ E \end{matrix}$ 7.ª maggiore dell' accordo F.

Per l'oppoſto nell'accordo $\begin{matrix} 10. & 12. & 15. \\ A & C & E \end{matrix}$ ſarà diſſonante $\begin{matrix} 16 \\ F \end{matrix}$, o 32. terza decima minore. Ora è cosa certa, che nella terza armonia dell' accordo di A la mi re, la 13.ª trovasi nell' intervallo di 9.ª minore, ed è vera dissonanza perchè $\begin{matrix} 15 : 20 :: 24 : 32 \\ \text{E} \quad \text{A} \quad \text{C} \quad \text{F} \end{matrix}$; dunque la 9.ª minore (in qualunque modo se ne ripartisca l' intervallo) è dissonante; atteso che sempre trae l' origine dalla proporzione geometrica; cioè dalla 4.ª proporzionale di $1. \frac{1}{3}. \frac{1}{5} = \frac{1}{15}$.

Si conferma l' assunto dalla 7.ª maggiore $\frac{8}{15}$ divisa in due 4.ᵉ, delle quali una certamente è maggiore. Cesserà perciò fra gli estremi la dissonanza? non già; attesochè in origine la 7.ª maggiore è geometrica, e deriva precisamente da $1 : 3 :: 5 : 15$; come già si è detto nell' antecedente Cap.

Se dunque ad onta delle due diverse 4.ᵉ ritiene la 7.ª maggiore l'originaria sua natura geometrica: lo stesso diritto accordar si deve pur anche alla 9.ª minore, che dal diatonico semituono $\frac{15}{16}$ ugualmente riconosce l' origine.

CAPITOLO XXXV.

Dell' Undecima.

NElla melodia l' 11.ª è una mera replicazione della 4.ª: non così nell' armonia, in cui si ravvisa l' 11.ª formata da una 4.ª sopra l' 8.ª cioè geometricamente da due 4.ᵉ congiunte; mentre nella melodia da una 4.ª ed una 8.ª aggiunta semplicemente è formata. L' inavvertenza pertanto degl' imperiti Pratici confondendo la 4.ª melodica con la 4.ª armonica ha suscitata la gran controversia: *se la 4.ª sia dissonanza, ovvero consonanza*; questione che in due parole si risolve. Infatti è consonante la 4.ª, che dell' accordo consonante è parte integrale; ed è dissonante quella ch' è aggiunta ed estranea all' accordo medesimo; attesochè introduce nell' armonia la proporzione geometrica, fonte ed origine di ogni dissonanza: ciò che in altri termini già si è detto nel Cap. XX.

Dalla combinazione pertanto di due 4.ᵉ in uno stesso accordo nasce l' 11.ª; delle quali però due diverse se ne contano nell' ordine diatonico, cioè la minore formata da due 4.ᵉ minori, e la maggiore formata da una 4.ª maggiore, ed una minore. Dell' 11.ª maggiore parleremo in secondo luogo; facendogli strada frattanto col trattare di quella, ch' è più ovvia, e più frequentata.

L' 11.ª minore nasce, ugualmente che la 9ª. maggiore, da $\frac{1\,.\;3\,.\;9\,.}{F\;\;C\;\;G}$, ed apertamente si spiega in $\frac{9\,.\;12\,.\;16\,.}{G\;\;C\;\;F}$, perchè essendo $\frac{9}{12}$ parte integrale dell' accordo C., l' altra 4.ª $\frac{12}{16}$ è avventizia, ed estranea allo stesso accordo, ed introdottavi precisamente dalla proporzione geometrica.

Qui però sembrami necessario d' avvertire, che la settima $\frac{9}{16}$ diviſa in due 4.ᵉ fa due figure, ed ha doppio uſo, atteſochè ci eſprime ora il riverſamento della 9.ª, ed ora l' 11.ª nella ſua baſe e prima armonia; con queſta differenza però, che nella 9.ª riverſata la 4.ª grave $\frac{9}{12}$ è diſſonante, e l' acuta $\frac{12}{16}$ è conſonante, mentre nella 11.ª diretta tutto per l' oppoſto addiviene. (*Tav. IX.*)

L' undecima maggiore comunemente ſi tiene eſſer quella ſola, che ha la 4.ª maggiore nell' eſtremo acuto, cioè ſopra l' 8.ª, e ciò a buona ragione; poichè qualunque intervallo prende la denominazione dall' acuto relativamente alla baſe. Conſiderata pertanto l' undecima maggiore come intervallo così è: nè v' è che ridire. Qui ſi tratta dell' 11.ª maggiore come diſſonanza; e poichè come tale trae l' origine da due quarte congiunte l' una minore, e l' altra maggiore, dico che qualunque delle due nell' acuto troviſi diſpoſta, l' 11.ª è ſempre maggiore, poichè in qualunque diſpoſizione conſerva mai ſempre gli ſteſſi elementi.

Infatti due ſono gli accordi, cui può adattarſi l' 11.ª maggiore, cioè quello di F fa ut, e quello di B♮ mi. Nell' accordo di F. la 4.ª acuta e diſſonante inſieme, è quella di F a B♮; (*Tav. X.*) ma nell' accordo di B♮ mi, la 4.ª acuta e diſſonante inſieme è quella di B♮ mi, ad E (*Tav. XI.*) che per eſſere 4.ª minore forma bensì relativamente alla baſe, l' 11.ª minore, ma come diſſonanza, è maggiore in ogni modo l' 11.ª, qualora prende l' origine da due 4.ᵉ, l' una maggiore, e l' altra minore.

Sviluppata abbaſtanza, per mio credere, la natura dell' 11.ª maggiore, così che non abbiaſi a confondere colla minore, paſſeremo ora a provare con brevità, ch' ella è una diſſonanza proveniente, come tutte le altre, dalla proporzione geometrica.

Or ora ſi è detto, che la 9.ª maggiore, e l' 11.ª minore hanno la ſteſſa origine in 1 . 3 . 9. Se dunque riſpettivamente ſi corriſpondono la 9.ª e l' 11.ª, ſenza dubbio uguale corriſpondenza debbono fra di loro avere anche la 9.ª minore e l' 11.ª maggiore, poichè dalla ſteſſa fonte derivano.

Già

Già si è provato nell' antecedente Cap., che la 9.ª minore nasce da proporzione geometrica, dunque lo stesso deve dirsi ed a più forte ragione dell' 11.ª maggiore, che nasce da due 4.ᵉ, l' una maggiore, e l' altra minore, componenti la 7.ª maggiore $\frac{8}{15}$ dissonanza patentemente geometrica nella sua forma originaria di 1 : 3 :: 5 : 15. E poichè si è detto, che gli accordi di F fa ut, e di B♮ mi, sono quelli, cui può adattarsi l' 11.ª maggiore, per maggior chiarezza ambidue gli stendo a tenore delle due *Tav.* precedenti.

16.	20.	24.	32.	45.
F	A	C	F	B♮
45.	54.	64.	90.	120.
B♮	D	F	B♮	E

E per finirla tanto in riguardo alla 9.ª minore, quanto all' 11.ª maggiore; epilogando ciò che si è detto in questo, e nel precedente Cap., dico che la 7.ª si risolve in tre 3.ᵉ ugualmente che in due 4.ᵉ: che nella 7.ª maggiore le due 4.ᵉ sono l' una minore, e l' altra maggiore: che siccome il compimento della 9.ª minore è la 7.ª maggiore, così il compimento dell' 11.ª maggiore, è la 9.ª minore: che sì fatta corrispondenza indica in ambedue coteste dissonanze una stessa origine, ed è questa la 7.ª maggiore, dissonanza patentemente geometrica nella prima sua formazione di 1 : 3 :: 5 : 15; le due dissonanze adunque di 9.ª minore, e 11.ª maggiore sono geometriche, come le altre dissonanze tutte.

CAPITOLO XXXVI.

Della Terzadecima.

TRa tutte la dissonanze questa certamente è la più difficile e scabrosa da spiegarsi ai moderni Pratici, che per esser loro ignota, nuovamente introdotta nella Musica la credono.

Suole riputarsi infatti la 13.ª una semplice replicazione della *6.*ª, quindi la ripugnanza di annoverarla alle dissonanze. Ma poichè già ne ha parlato il celebre S.r Tartini nel suo Trattato, quindi prendo fiducia, che quanto sono per dirne non sembrerà del tutto novità, o paradosso.

In due aspetti deve considerarsi la 13.ª (come pure si è detto dell' 11.ª) cioè nella melodia, e nell' armonia.

E' verità patente, che nella melodia, la 13.ª è mera, e semplice replicazione della *6.*ª, ma non così nell' armonia, in cui la 13.ª scuopresi essere una *6.*ª estranea con artificio aggiunta alle due *6.*e, che sono parti integrali dell' accordo consonante, considerato in tutta la sua estensione: voglio dire espresso dalle tre armonie insieme. Ond' è che colla 13.ª s' introducono nello stesso accordo due *6.*e o maggiori, o minori, mentre una minore ed una maggiore solamente v' ha luogo, in corrispondenza delle due terze.

Siccome adunque nel sistema diatonico due sono le *6.*e, così pure due sono le dissonanze di 13.ª, l' una maggiore, e l' altra minore, delle quali diversa essendo l' origine, separatamente ne tratteremo: e in primo luogo della maggiore.

ARTICOLO I.

Attenendomi per ora a quanto si è detto nel Cap. XXIX., porgo a riflettere, che sottratta dalla *6.*ª maggiore la 5.ª, e som-

ſommati poi li due antecedenti, e li due conſeguenti ſeparatamente, ne riſulta l' analogia quale qui ſi vede:

$$\frac{\frac{3}{5} \quad \pm \quad \frac{2}{3}}{6 : 9 :: 10 : 15.}$$

C G A E

Da coteſta ſerie di Voci ſi formano due diverſi accordi conſonanti, con una diſſonanza aggiunta. L'accordo A. C. E. G. ci porge la 7.ª minore, di cui ſi è trattato nel Cap. XXXIII. l' altro accordo C. E. G. A. ci ſomminiſtra la 13.ª maggiore; e deſcritto in tutta la ſua eſtenſione ſta così eſpreſſo:

6. 9. 12. 15. 20.
C G C E A

Qui certamente non vi ſi trovano ſe non li ſuoni indicati nella ſegnata analogia: eccettuatone che la 13.ª nel proprio ſuo luogo è qui diſpoſta, e veggonſi chiaramente le due 6.ᵉ maggiori 9 : 15 :: 12 : 20.
G E C A

Quindi è manifeſto, che in ogni e qualunque diſpoſizione ella è geometrica; dunque dalla proporzione geometrica la 13.ª maggiore incontraſtabilmente deriva.

ARTICOLO II.

Della 13.ª minore qualche coſa già ſi è detto nel Cap. XXXIII. Ora però che di propoſito deve trattarſene dico, ch' ella deriva dall' analiſi del ſemituono diatonico $\frac{15}{16}$, che corriſponde alla moltiplicazione, e ſottrazione della 3.ª maggiore dalla 4.ª, e ſta come ſegue:

$$\frac{\frac{3}{4} \quad \pm \quad \frac{4}{5}}{12 : 15 :: 16 : 20.}$$

C E F A

Due accordi conſonanti quindi pure ſi formano con una diſ-

ſo-

ſonanza aggiunta; ed ommeſſo l' accordo $\begin{smallmatrix} 8. & 10. & 12. & 15. \\ \mathrm{F} & \mathrm{A} & \mathrm{C} & \mathrm{E} \end{smallmatrix}$, da cui abbiamo la 7.ª maggiore ſviluppata già nel Cap. XXVIII., mentre rimane l' altro accordo $\begin{smallmatrix} 10. & 12. & 15. & 16. \\ \mathrm{A} & \mathrm{C} & \mathrm{E} & \mathrm{F} \end{smallmatrix}$, che ci porge la 13.ª minore; ed eſpreſſo in tutta la ſua eſtenſione qui ſi deſcrive:

$$\begin{matrix} 10. & 15. & 20. & 24. & 32. \\ \mathrm{A} & \mathrm{E} & \mathrm{A} & \mathrm{C} & \mathrm{F} \end{matrix}$$

Scorgonſi qui pure ad occhi veggenti le due *6.*ᵉ minori $\begin{smallmatrix} 15: & 24 & :: & 20: & 32. \\ \mathrm{E} & \mathrm{C} & & \mathrm{A} & \mathrm{F} \end{smallmatrix}$ conſonante la prima, diſſonante la ſeconda; così che la diſſonanza di 13.ª minore dalla geometrica proporzione viſibilmente trae la ſua origine.

Finiſco, avvertendo ſolamente, che ſiccome la 3.ª è comune alle due *6.*ᵉ, cioè la maggiore alle maggiori, e la minore alle minori: così potrebbe dirſi che la 13.ª deriva da due 4.ᵉ diſgiunte, e ſeparate da una 3.ª; la qual coſa allo ſteſſo poi riviene, e ſempre ſuſſiſte la geometrica proporzione fonte, ed origine della 13.ª ugualmente che delle altre diſſonanze tutte.

C A.

CAPITOLO XXXVII.

Della Settima diminuita, e della Seconda eccedente.

POichè ſi è trattato degli altri intervalli eccedenti, e diminuiti dopo li diatonici e conſonanti (appunto perchè s' adoperano come parti integrali d' un accordo conſonante) rimane ora a trattarſi della 2.ª eccedente, e della 7.ª diminuita, affine di eſaurire tutte le varie ſpecie delle diſſonanze.

La ragione dunque della ſettima diminuita è di 75 a 128, come G✕ a F♮, il cui complemento è la 2.ª eccedente nella ragione di 64 a 75, come F♮ a G✕. Coteſta 2.ª non è già una 3.ª minore, come qualcuno dall' apparenza ingannato ſel crede, ma bensì un triemituono di due ſole voci formato. Preſſo gli antichi la 3.ª minore chiamavaſi per verità *ſemiditono*, ed anche *triemituono*, per diſtinguerla dalla 3.ª maggiore che chiamavano *ditono*. Noi però diſtinguiamo gl' intervalli a tenore dei varj gradi d' intonazione, indicati dalle Gregoriane lettere.

Oſſervo per altro che la ragione della noſtra 2.ª eccedente è analoga a quella di $\frac{1}{6}$ ad $\frac{1}{7}$, atteſa la minima differenza di 224 a 225, che v' è fra di loro, e la ſteſſa differenza trovaſi fra la ragione della 7.ª diminuita, e quella di $\frac{1}{7}$ a $\frac{1}{12}$.

Certa coſa è, che la 7.ª diminuita, del pari che tutti gli altri intervalli eccedenti, e diminuiti, non ha luogo nel modo maggiore, ma bensì nel minore, eſſendo queſto Diatonico-cromatico. Parlaſi qui del modo minore armoniale con l' eſcluſiva dei minori Eccleſiaſtici, e Corali, che per eſſer puri e pretti diatonici eſcludono qualunque intervallo cromatico: ammettendo solamente alcune voci alterate dal diesis, o diminuite dal b molle, come sarà provato nel Libro II.

Che l' intervallo di 7.ª diminuita sia dissonante è verità patentissima, atteso che la 7.ª in genere non ha luogo fra le consonanze, e molto meno la diminuita, che vedesi formata e composta di una 3.ª minore aggiunta ad una 5.ª minore, pur essa composta di due simili 3.ª

CAPITOLO XXXVIII.

Della risoluzione delle Dissonanze.

LE dissonanze sono parti estranee, *artificiosamente* aggiunte alle integrali di un dato accordo consonante. L' artificio consiste nella preparazione, legatura, e risoluzione. Dicesi la dissonanza *preparata*, allorchè del precedente accordo è parte integrale; *legata* nell' attual sua esistenza, a fronte dell' intero accordo consonante; e *risoluta*, allorchè degradando passa di bel nuovo alla consonanza. La risoluzione adunque non è altro in sostanza, che un passaggio della dissonanza che degrada alla prossima consonanza. Ora ciò posto come verità costante, si cerca se di assoluta necessità debbasi la dissonanza sempre degradando risolvere, mentre può cessar la dissonanza stando il suono immobile, ovvero anche ascendendo. Saggio però in sommo grado è il comun precetto, che degradando debbasi la dissonanza risolvere: nè più oltre infatti devesi progredire coi giovani scolari, ai quali non conviene dar carico maggiore delle ancora deboli loro forze.

Nondimeno ragionando coi più provetti dico, che mentre il degradar delle dissonanze fu avvedutamente prescritto, affine di arricchire l' armonia; perchè coperte come lo sono la 7.ª dall' 8.ª, la 9.ª dalla 10.ª, l' 11.ª dalla 12.ª; se ascendendo risolvessero, anderebbono ad unirsi alla già esistente superior consonanza con evidente discapito dell' armonia.

Per altro la mentovata general legge non vieta, che per cambio subentrando l' una all' altra parte nella dissonanza, quella discendendo risolva, e questa ascenda: ciò che non di rado suole praticarsi dagli esercitati Compositori.

Anche per un semituono ascendente può risolversi alcuna dissonanza con ottimo effetto, cioè la 7.ª minore $\frac{9}{16}$ della quinta corda del modo, come ſi vedrà nei ſeguenti Libri. Diſcendendo anche per ſalto, può riſolverſi una diſſonanza con ugual buon effetto, come felicemente è riuſcito a Gio: Paolo Colonna nella Sequenza de' Morti. In oltre ſe la diſſonanza in due diverſe parti ſia nel tempo ſteſſo artificioſamente introdotta; mentre per riſolvere l' una diſcende, l' altra deve ſenza dubbio aſcendere: ed ambedue in diverſo modo la ſteſſa diſſonanza riſolvono. Che poi ſtando immobile il ſuono diſſonante poſſa traſformarſi in conſonante, è facil coſa da provarſi; e la ſola pratica di certo trito paſſo uſato da' rinomati Componitori ne avvalora il comune conſenſo.

Mentre adunque ſi concede ed approva, eſſere delle diſſonanze la miglior riſoluzione, quella che ſi fa degradando, ſi manifeſtano nel tempo ſteſſo gli artificioſi varj modi, con cui all' uopo le diſſonanze in altra guiſa poſſono riſolverſi; ed i riſpettivi eſempj ne ſaranno recati nel Lib. III.

CAPITOLO XXXIX.

Del Riverſamento delle Diſſonanze.

QUalunque traſpoſizione facciaſi nei termini di una data ragione, ſuol chiamarſi *riverſamento:* più per abuſo però, che per ragione. Si dà riverſamento, ed anche *compimento* di Ragioni: due termini che in vero ſembran ſinonimi, ma non lo ſono.

L' effetto in apparenza, per dir il vero, è lo ſteſſo, ma in ſoſtanza bene ſpeſſo l' ordine è retrogrado ed abuſivo. Li compimenti far ſi devono ſempre aſcendendo, ed appartengono particolarmente alle primarie, e principali conſonanze, il cui termine grave replicato nell' 8.ª acuta ne forma il compimento. Così data la quinta $\frac{2}{3}$, ne ſarà il compimento $\frac{3}{4}$. E della *6.ª* maggiore $\frac{3}{5}$, il compimento $\frac{5}{6}$. Come pure della 3.ª maggiore $\frac{4}{5}$, n' è il compimento $\frac{5}{8}$.

Li riverſamenti per l' oppoſito ſi fanno ſempre diſcendendo, ed appartengono in certo modo alle conſonanze ſecondarie. Così data la quarta $\frac{3}{4}$, ſi riprodurrà per riverſamento la quinta $\frac{2}{3}$. E dalla 3.ª minore $\frac{5}{6}$, la *6.ª* maggiore $\frac{3}{5}$. Come pure dalla *6.ª* minore $\frac{5}{8}$, la 3.ª maggiore $\frac{3}{4}$. Nè altrimenti deve farſi, mentre in tal guiſa operando, tutte le ragioni conſonanti rimangono nei loro termini e numeri primi, e radicali.

Spiegata la natura dei compimenti, e dei riverſamenti delle riſpettive ragioni conſonanti, debbo avvertire i miei giovani lettori, che *les accords renverſez* ſono ſogni e viſioni. Gli accordi conſonanti formano in fatti tre diverſe armonie, col mezzo della diviſione che ſe ne fa, aſcendendo dalla baſe alla prima parte di mezzo; e da queſta alla ſeconda parte; cioè dalla baſe alla terza, e da queſta alla quinta: ciò che ſarà ſpiegato nel Terzo Libro.

Le

Le corrispondenze dei riversamenti delle consonanze sono abbastanza noti. Ora nei pretesi riversamenti dell' accordo consonante si ascende dalla Base alla 3.ª, e poi da questa alla 5ª. E' cosa certa però, che passando dalla prima alla seconda armonia nel primo riversamento, si trasforma la 5.ª in 3.ª, e l' 8.ª in 6.ª; contro il sistema dei riversamenti. Così pure passando dalla 2.ª alla 3.ª armonia, nel secondo riversamento l' 8.ª diviene 4.ª, e la 10.ª si fa 6.ª contro l' ordine, la convenzione, e la ragione.

Vedasi la Figura.

12	10	8
10	8	6
8	6	4
5	3	1
3	1	terza armonia
1	seconda armonia	

Questi sono i numeri del Basso continuo.

Li riversamenti non si fanno dunque ascendendo, come già si è detto; e ripugna in fatti alla retta, e giusta idea, che lo stesso termine ci somministra.

Dopo queste premesse vengo al punto di cui si tratta, e dico che alle dissonanze (per natura collocate nell' acuto) in ispecialità, ed in proprietà appartiene il riversamento; e qui si vuole svelare quale aspetto prenda l' accordo consonante in ciascuna di esse.

M.r Rameau esclude dal riversamento tutte le dissonanze, eccettuatane soltanto la 7.ª, perchè (dic' egli) questa sola è contenuta fra gli estremi dell' ottava. Ma troppo qui vi sarebbe da ridire. Sa ben egli il celebre Autore, che l' 8.ª melodica composta di otto voci, è preceduta dall' 8.ª armonica composta di sole consonanze, in cui per niun conto ha luogo la 7ª. Dice egli stesso (*a*), che nell' armonia la seconda cor-

(*a*) Trattato Lib. I. Cap. VI. e VIII. Lib. II. Cap. XI.

corda della Scala deve chiamarsi *Nona*, e la quarta corda *Undecima*: dunque la 7.ª corda deve intendersi, e chiamarsi *Quartadecima*, non già 7.ª, come per certa connivenza suol chiamarsi, prevalendo l' abuso invalso già di lunga mano.

Ora trattando noi qui dei riversamenti delle dissonanze gli descriveremo per maggior chiarezza in forma di compimenti, usando però non li numeri del Basso continuo, ma bensì quelli dedotti dalla divisione della corda sonora; onde si scorga all' occhio la proporzione geometrica, inseparabile e costitutiva delle dissonanze.

ARTICOLO I.

Sia dunque prima di tutte la 9.ª, formata da due 5.ᵉ; il cui compimento n' esprime in due 4.ᵉ il riversamento.

$$\overbrace{4 \quad 6 \quad 9}^{9.^a\ \text{diretta}} \quad 12 \quad 16$$

$$4 \quad 6 \quad \underbrace{9 \quad 12 \quad 16}_{\text{riversata}}$$

F. C. G. C. F.

8.

E

L' 8 posto sotto al 9 segna la risoluzione della nona tanto diretta, quanto riversata; ma poichè diretta trovasi collocata sopra l' 8.ª, dunque riversandola deve collocarsi sopra la base, che poscia colla risoluzione tosto raggiunge.

In questo riversamento compiuto l' accordo consonante colla giunta della 3.ª $\overset{10}{A}$, l' aspetto delle consonanze $\overset{10.\ 12.\ 16.}{A \quad C \quad F}$ ci viene rappresentato negl' intervalli di 2.ª 4.ª 7.ª, come bene scorgesi dalle Gregoriane lettere A. C. F., essendo do G. il ſuono grave. E però la ſegnatura $\begin{smallmatrix}7\\4\\2\end{smallmatrix}$ nel Baſſo continuo mentre ci rappreſenta in peregrino aſpetto l' accordo conſonante, diviene al tempo ſteſſo la caratteriſtica della 9.ª riverſata.

ARTICOLO II.

Paſſo quindi all' undecima formata da due 4.ᵉ; il cui compimento n' eſprime in due 5.ᵉ il riverſamento. Si avverta però, che delle due quarte la ſeconda è diſſonante, laddove la prima è conſonante: queſta dunque ſuppone la 5.ª grave, e perciò la baſe dell' armonia è C ſol fa ut, non G ſol re ut, come tal uno potrebbe credere. Sia dunque

11.ª diretta.

9. 12. 16. 24. 36.

riverſata

G. C. F. C. G.

15.

E

Qui pure il 15. che ſta ſotto il 16. ſegna la riſoluzione dell' 11.ª tanto diretta, quanto riverſata. E ſiccome diretta trovaſi collocata ſopra la 10.ª, così nel riverſarla deveſi collocare ſopra la 3.ª, che toſto poi raggiugne colla riſoluzione. In queſto riverſamento le conſonanze approſſimate ci ſi rappreſentano negl' intervalli di 2.ª 5.ª 7.ª, ciò che ſi ravviſa nelle Gregoriane lettere G. C. E., eſſendo F il ſuono grave. Che però la ſegnatura $\begin{smallmatrix}7\\5\\2\end{smallmatrix}$ nel Baſſo continuo mentre ci rappreſenta in nuovo aſpetto l' accordo conſonante, ſi manifeſta come caratteriſtica dell' undecima riverſata.

A R-

ARTICOLO III.

Dopo l' 11.ª segue la 13.ª formata da due 6.ᵉ simili incralciate da una terza comune ad ambedue; ovvero da due tetracordi disgiunti, cioè due quarte separate da una 3.ª comune: ciò che riviene allo stesso. Se dunque la 3.ª è maggiore, sarà pur anco maggiore la 13.ª, che a vicenda sarà minore, se minore è la 3.ª Cominciamo dalla maggiore.

13.ª maggiore diretta

9.	12.	15.	20.	24.	30.	36.
G	C	E	A	C	E	G

riversata

18.
G

Qui pure la prima 4.ª G. C. è consonante, come pure la 6.ª G. E; l' altra 4.ª E. A., colla 6.ª C. A. sono dissonanti, perchè estranee al principale accordo, ch' è di C sol fa ut. Il numero 18 che vedesi sotto il 20 segna la risoluzione della 13.ª, tanto diretta, che riversata. E siccome diretta trovasi di sua natura collocata sopra la 12.ª, così nel riversamento resta collocata sopra la 5.ª, che tosto raggiunge colla risoluzione. Passando quindi alla 13.ª minore. Eccone la pianta:

13.ª minore diretta

15.	20.	24.	32.	40.	48.	60.
E	A	C	F	A	C	E

riversata

30
E

La spiegazione data or ora della 13.ª maggiore serve a

 pun-

puntino anche per la minore, poichè ſcorgonſi conſonanti la prima 4.ª E. A., e la 6.ª E. C., mentre eſtranee a queſto principal accordo di A la mi re, ſono la 4.ª C. F., e la 6.ª A. F., e perciò diſſonanti. Il $\overset{30}{\text{E}}$ che poi vedeſi ſotto il $\overset{32}{\text{F}}$, ſegna la riſoluzione ecc. Ma poichè la 13.ª diretta ſta collocata di ſua natura ſopra la 12.ª, così nel riverſamento trovaſi diſpoſta ſopra la 5.ª, e la ſegnatura di $\begin{smallmatrix}7\\5\\3\end{smallmatrix}$ ſopra il Baſſo continuo, mentre indica l' accordo conſonante in àſpetto ſtraniero, ſerve per caratteriſtica del riverſamento della 13ª.

Se poi a taluno per avventura ſembraſſe equivoca la deſcritta ſegnatura, come indicante a primo aſpetto un accordo conſonante colla giunta della 7.ª, oſſervi ed avverta, che ne toglie ogni equivoco la legatura, che delle diſſonanze ſoltanto è propria, non già delle conſonanze. Se in oltre eccita maraviglia: queſta ceſſi al rifleſſo, che la 13.ª riverſata ci dà la 7.ª diretta; ciò che toſto ſi farà manifeſto nel ſeguente

ARTICOLO IV.

Dopo la 13.ª ſegue la 14.ª, che per uſo inveterato e comune ſi chiama 7ª. Nondimeno è verità patente, che nel primitivo accordo conſonante $\begin{array}{cccc}4. & 5. & 6. & 8.\\ \text{F} & \text{A} & \text{C} & \text{F}\end{array}$ non ha luogo nè la ſettima maggiore $\frac{8}{15}$, nè la minore $\frac{9}{16}$, e nè pure l' altra minore $\frac{5}{9}$, che in queſti ſuoi numeri primi patentemente ſi ſcorge d' eſſere una 9.ª nella ſeconda armonia del primitivo accordo conſonante; e non ha luogo come vera 7.ª, ſe non da 10 a 18, poichè in queſti termini, non prima può formarſi l' intero ſuo compleſſo, come fra poco ſi vedrà.

Rite-

Ritenendo dunque il comun linguaggio, diremo noi pure *ſettima*, e principieremo dalla minore $\frac{10}{18} = \frac{5}{9}$, eſpreſſa in queſta ſerie.

7.ª minore diretta

10. 12. 15. 18. 24. 30. 40.
A C E G C E A

riverſata

Queſta è compoſta di due 5.ᵉ intrecciate, ovvero di due 3.ᵉ minori diſgiunte, e ſeparate da una 3.ª maggiore; ed il ſuo compimento n' eſprime il riverſamento in due 4.ᵉ diſgiunte, e ſeparate da una 3.ª maggiore, ovvero in due 6.ᵉ maggiori intrecciate da una comune 3.ª maggiore: e per maggior chiarezza ſoggiungo.

Alle due 5.ᵉ intrecciate da una comune 3.ª maggiore nella diſſonanza diretta, corriſpondono nella riverſata le due 4.ᵉ ſeparate da una 3.ª pur maggiore; ed alle due 3.ᵉ minori diſgiunte e ſeparate da una 3.ª maggiore nella diſſonanza diretta, corriſpondono nella riverſata le due 6.ᵉ maggiori intrecciate con una 3.ª maggiore comune ad ambedue. Comunque pertanto voglia conſiderarſi la proporzione geometrica nella 7.ª diretta, trovaſi non pertanto la più eſatta corriſpondenza nella riverſata. Quanto alla pratica poi, approſſimati i ſuoni corriſpondenti ai numeri, ne riſulterà nel Baſſo continuo la ſegnatura $\begin{smallmatrix}6\\4\\2\end{smallmatrix}$ caratteriſtica della 7.ª riverſata; e coteſta ſegnatura più agevolmente ſi fa manifeſta portando la diſſonanza al grave, cioè ſotto la baſe dell' armonia, poichè la 7.ª di ſua natura trovaſi collocata ſotto l' 8ª.

Oltre la ſettima $\frac{5}{9}$ abbiamo accennata anche l' altra pur minore $\frac{8}{15}$, che dalla prima degrada del comma $\frac{80}{81}$. E' però coſa nota, che delli 7. gradi della ſcala diatonica tre ſono i tuoni di 8 a 9, e perciò in egual numero debbon eſſere anche le corriſpondenti ſettime minori di 9 a 16.

L' una di queſte trovaſi fra D grave e C acuto; l' altra fra G ed F; ed un' altra finalmente fra B♮ ed A. La prima D. C. è compoſta di due 5.ᵉ intrecciate da una comune 3.ª maggiore, in ſimiglianza delle due mentovate A. G. E. D. che ſono in ragione di 5 a 9; ma non del pari procedono quelle di G ad F, e B♮ ad A; poichè trovanſi compoſte di due 5.ᵉ intrecciate bensì, ma l' una maggiore, e l' altra minore; ed in oltre la 5.ª minore è mancante dalla geometrica $\frac{25}{36}$ di un comma.

Per lo contrario poi la ſteſſa 5.ª, ch' è la noſtra diatonica, eccede l' armonica $\frac{5}{7}$ ſoltanto della ragione $\frac{63}{64}$. (*Tav. XII.*)

Quindi è, che nella pratica la ſettima della 5.ª corda G, come pure quella della 7.ª corda B♮ ſi adoprano ſenza preparazione, e ſenza legatura. E ſopra queſto punto baſti per ora il cenno, poichè ſe ne parlerà particolarmente nel Libro Secondo trattando delle cadenze.

Paſſiamo dunque alla 7.ª maggiore $\frac{8}{15}$, la cui figura è la ſeguente.

7.ª maggiore diretta

8.	10.	12.	15.	20.	24.	32.
F	A	C	E	A	C	F

riverſata

Queſta è compoſta di due 5.ᵉ intrecciate, che è quanto dire di due 3.ᵉ maggiori diſgiunte, e ſeparate da una 3.ª minore; ed il ſuo compimento n' eſprime il riverſamento in due 4.ᵉ diſgiunte e ſeparate da una 3.ª minore, ovvero in due 6.ᵉ minori intrecciate da una comune 3.ª minore. In ogni

ogni modo pertanto si fa palese la proporzione geometrica, con esatta corrispondenza nella dissonanza tanto diretta che riversata, ed approssimati i suoni, risulta la caratteristica segnatura $\begin{smallmatrix}6\\4\\2\end{smallmatrix}$ nel Basso continuo, come di sopra si è già detto.

Della settima poi non si è segnata la corda in cui risolve; atteso che questa, a differenza dell' altre dissonanze, non ammette risoluzione nello stesso accordo consonante: degradando bensì passa ad un altro accordo.

Sembrami ora provato, e con la ragione deciso, che di tutte le dissonanze si dà il rispettivo riversamento; ed aggiungo, che quello della settima ha luogo nella prima armonia: quello della nona nella 2.ª armonia: quello dell' undecima nella 3.ª armonia: e finalmente quello della terzadecima, nella prima armonia replicata. (*Tav. XIII.*)

Ad uno stesso accordo consonante possono bensì accoppiarsi più dissonanze, ma ripugna il riversamento equitemporaneo di tutte. Quindi vie più si fa palese, che senza fondamento e ragione si parla di accordi riversati. L' accordo consonante, lo replico, si divide successivamente nelle sue tre armonie; ed in codeste divisioni niuno de' suoni passa al rispettivo riversamento, o compimento. Di fatto nella prima divisione la 5.ª diviene 3.ª, e l' 8.ª diviene 6.ª, e nella seconda divisione l' 8.ª diviene 4.ª, e la 10.ª diviene 6.ª. Ma non sono già cotesti cambiamenti e trasformazioni coerenti all' adottate leggi dei riversamenti, e dei compimenti: come chiaramente si rileva dalla sopra notata figura.

S' attenga pertanto la studiosa Gioventù d' Italia alla sana dottrina, che c' insegna esser proprj delle dissonanze li riversamenti; e che all' accordo consonante conviene soltanto la divisione nelle sue tre armonie.

CAPITOLO XL.

Della combinazione di varie diſſonanze.

POichè ſi è trattato di ciaſcheduna diſſonanza in particolare, s' intraprende ora di ragionare della varia combinazione di più diſſonanze inſieme in uno ſteſſo accordo; come a dire 7.ª e 9.ª, 7.ª e 11.ª, 7.ª e 13.ª, ovvero 9.ª e 11.ª, 9.ª e 13.ª, 11.ª e 13.ª.

Così pure della combinazione di tre diſſonanze inſieme, ed anche di tutte le quattro; e di ognuna col miglior ordine, e tutta la poſſibile chiarezza ſi ſvelerà l' origine ſempre geometrica.

ARTICOLO I.

Della Nona, e Decimaterza.

La più ſemplice ed evidente geometrica origine di queſte due diſſonanze mi obbliga a parlarne in preferenza di tutte l' enunciate combinazioni. In fatti dal cubo della tripla

∺ 1 . 3 . 9 . 27 .
F C G D prendono l'origine nell'accordo di F fa ut,

la 9.ª G, e la 13.ª D. E poichè la 12.ª è una replicazione della 5.ª, nel cubo di eſſa 5.ª ſi veggono pur anche gli ſteſſi ſuoni approſſimati, cioè la 9.ª, e la 13.ª, nei preciſi loro intervalli, aggiunte ed appoggiate alla 5.ª conſonante di F. C. come qui appreſſo.

∺ 8 . 12 . 18 . 27 .
F C G D

Quindi non rimane dubbio dell' origine loro geometrica.

ARTICOLO II.

Della Settima, e Undecima.

Dalla diſpoſizione di tre quinte in uno ſteſſo accordo conſonante deriva altresì la combinazione della $7.^a$, e dell' $11.^a$, che nell' intervallo di $5.^a$ (ugualmente che la $9.^a$ e $13.^a$) trovanſi fra di loro diſpoſte ; ed eccone l' eſemplare:

10 .	12 .	15 .	18 .	20 .	27 .
A	C	E	G	A	D

Nell' accordo di A la mi re, veggonſi qui unite la $7.^a$ G., e l' $11.^a$ D. Non naſcono, è vero, direttamente dal cubo della $5.^a$, ma che da quello prendono l' origine, ſi fa manifeſto dalla ſeguente analogia:

10 :	15 : :	12 :	18 : :	18 :	27 .
A	E	C	G	G	D

nè ſopra di ciò credo, che dubbio alcuno cader vi poſſa.

Anche dal cubo della $4.^a$ $\frac{27}{64}$ naſcono l' $11.^a$, e la $14.^a$ (che della $7.^a$ è una ſemplice replicazione) dunque

27 .	36 .	48 .	64 .
D	G	C	F

ci eſprimeranno ſchiettamente nell' accordo di G ſol re ut, baſe dell' intera armonia l' $11.^a$ C., e la $14.^a$ F; dunque anche la $7.^a$, e l' $11.^a$ ſono per ogni conto geometriche.

ARTICOLO III.

Della Settima, e Nona.

Due $5.^e$, e due $3.^e$ maggiori o minori in un ſolo accordo danno l' eſſere alla $7.^a$, e $9.^a$, ciò che ſeparatamente già ſi è detto e provato nei Cap. XXVIII. e XXIX.

Ma poichè ſono coteſte diſſonanze fra di loro nell' inter-

vallo

vallo di 3.ª, ne segue che tutto il complesso forma una serie di quattro 3.e, da le quali due analogie ne nascono.

Ecco l' intero complesso nel modo maggiore:

8 .	10 .	12 .	15 .	18 .
F	A	C	E	G

Ecco le due analogie:

8 : 10 : : 12 : 15 ; e 10 : 12 : : 15 : 18.

Intero complesso nel modo minore:

20 .	24 .	30 .	36 .	45 .
A	C	E	G	B♮

Le due analogie sono

20 : 24 : : 30 : 36; e 24 : 30 : : 36 : 45.

Essendo però la 9.ª il prodotto di due 5.e, cioè $\underset{F}{4} \cdot \underset{C}{6} \cdot \underset{G}{9}$, che portate alla sua radice sono $\underset{F}{1} \cdot \underset{C}{3} \cdot \underset{G}{9}$; e la 7.ª maggiore, pur essa nasce da 1 : 3 : : 5 : 15; che in proporzione discreta sono ugualmente due triple; perciò dal sovrapposto complesso nel modo maggiore scaturisce la seguente analogia:

8 : 12 : : 10 : 15 : : 12 : 18.

E per la stessa ragione, anche nel modo minore, pari analogia si scuopre, cioè

20 : 30 : : 24 : 36 : : 30 : 45.

Nella combinazione adunque della 7.ª e 9.ª tutto spira proporzione geometrica.

A R.

ARTICOLO IV.

Della Nona, e Undecima.

Siccome dal quadrato della 5.ª nasce la *9.ª* (Cap. XXIX.) così dal quadrato della 4.ª nasce l' 11.ª (Cap. XXX.)

Aggiunte pertanto ed unite in uno stesso accordo consonante le mentovate due dissonanze, forza è che soltanto vi sieno in grazia delle rispettive geometriche proporzioni. E che così sia, eccone l' intero accordo:

12 .	15 .	18 .	24 .	27 .	32 .
C	E	G	C	D	F

in cui si scorgono le due analogie

$$\because\!\!\because 12 \,.\, 18 \,.\, 27 = 4 \,.\, 6 \,.\, 9 \,.$$

$$\because\!\!\because 18 \,.\, 24 \,.\, 32 = 9 \,.\, 12 \,.\, 16 \,.$$

Nè di più v' è bisogno d' aggiungere, onde consti l' asserita geometrica proporzione nelle due riferite dissonanze insieme combinate.

ARTICOLO V.

Della Undecima, e Decimaterza.

Assai di frequente mutano aspetto cotesti due intervalli nell' armonia, atteso che come replicazioni della 4.ª, e *6.ª* sono veramente consonanti. Ond' è che se dell' accordo, cui sono aggiunte, la sola base esista, certamente risulta al senso pura e mera consonanza; mentre aggiunta poi la 3.ª, e la 5.ª, ed anche la sola 5.ª dell' accordo consonante, sensibile all' orecchio tosto rendesi la natura loro dissonante. Premesso questo necessario avvertimento, per togliere qualunque equivoco, passiamo ora a parlarne nel vero loro aspetto di dissonanze.

Deriva costantemente l' 11.ª dal quadrato della 4.ª (Cap. XXX.) e la 13.ª da due 6.ᵉ intrecciate da una 3.ª comune ad ambedue (Cap. XXXI.). Ciò che riviene allo stesso, che dire: l' 11.ª deriva da due 4.ᵉ in proporzione continua, e la 13.ª da due 4.ᵉ in proporzione discreta. L' intero accordo che qui si descrive colle rispettive sussseguenti analogie porgono pertanto la più evidente prova dell' assunto.

6.	9.	12.	15.	16.	20.
C	G	C	E	F	A

Undecima. $\div\div$ 9 . 12 . 16

Decimaterza. 9 : 15 :: 12 : 20

ovvero

9 : 12 :: 15 : 20

E' dunque verità costante, che l' 11.ª e 13.ª insieme unite nell' accordo consonante derivano dalla geometrica proporzione.

ARTICOLO VI.

Due dissonanze contigue quali sono la 13.ª, e la 14.ª, o per equisonanza, ed equivalenza tale, quale sono la 7.ª, e la 13.ª, sembrano incompatibili in uno stesso accordo, atteso che non possono ambedue esser preparate.

Quindi è, che frà le 7.ᵉ la minore solamente può accoppiarsi con la 13.ª, e l' uso n' è privativamente riservato alla 5.ª corda del modo, la cui 7.ª non esige nè legatura, nè preparazione, come si è accennato nel Cap. XXVIII., e più diffusamente sarà provato nei Libri seguenti. Sarà poi maggiore la 13.ª nel modo maggiore, e minore nel modo minore.

Pre-

Premeſſe queſte rifleſſioni, proſeguiſco alla sfuggita queſt' Art. ſulla traccia dei precedenti; e dico che eſſendoſi provate geometriche tanto la 7.ª (Cap. XXVIII.) quanto la 13.ª (Cap. XXXI.); ſe inſieme unite ſi pongano in uſo, ſaranno tuttora, e ſempre geometriche. E perciò mi riſtringo a ſtenderne la ſola pianta nell' uno, e nell' altro modo.

Sarà dunque nel modo maggiore

36.	45.	54.	64.	72.	90.	120.
G	B♮	D	F	G	B♮	E

E per il modo minore

30.	38.	45.	54.	60.	76.	96.
E	G♯	B♮	D	E	G♯	C

Nè giova d' inoltrarmi a provar geometriche le tre diſſonanze unite, nè le quattro; eſſendo manifeſto, che (qualunque combinazione facciaſi di tre diſſonanze inſieme) non ha forza la ſola *unione*, ſe anche fra di loro trovinſi per avventura nell' intervallo di terza diſpoſte; non ha forza, diſſi, di far loro cambiar natura: e lo ſteſſo diceſi delle quattro.

Delle tre unite ſono quattro le combinazioni, cioè 7.ª 9.ª 11.ª; 7.ª 9.ª 13.ª; 7.ª 11.ª 13.ª; 9.ª 11.ª 13ª. Delle quattro unite unica e ſola è la combinazione; e di tutte le accennate ſi tratterà di propoſito nel Terzo Libro.

CAPITOLO XLI.

Dei gradi Diatonici .

DOpo aver trattato delle diſſonanze , indiſpenſabile coſa ſembrami di parlare anche dei gradi diatonici , atteſo che bene ſpeſſo ſentomi ſuonar all' orecchio, che dovunque è tuono o ſemituono , ivi pur anche è diſſonanza ; quaſi che dai gradi originate ſieno le diſſonanze , mentre per lo contrario da eſſe prendono l' origine , e la ſituazione gli ſteſſi tuoni e ſemituoni .

Nè di ciò può dubitarſi ; imperocchè levate le diſſonanze , ſpariſcono toſto li gradi diatonici ; o almeno l' ordine , e la giuſta diſpoſizione , in cui ſi veggono nella ſcala ; ed allorchè nel Secondo Libro ſi tratterà dell' origine , e formazione della ſcala medeſima , vedraſſi che dalla proporzione geometrica naſcono li ſuoni diſſonanti , che riempiendo le diſtanze di una all' altra conſonanza formano così la continua ſerie dei ſuoni , che *ſcala* ſi denomina : e gl' intervalli riſpettivi ſono preciſamente li tuoni e ſemituoni, dei quali ora ſi ragiona .

Che li gradi però non altro ſieno, che le differenze o ſia l' eceſſo di un intervallo ſopra d' un altro , è coſa trita ; ma la conſueta e comune operazione per iſcoprirgli (oltre che riſguarda ſolamente le proſſime conſonanze) ſuppone la ſcala già formata , e gl' intervalli da ſottrarſi , ſtabiliti già nei numeri ſuoi primi e radicali .

La ſuppoſizione però non ha luogo , ove anzi da un anteriore principio (ciò ch' è di fatto) dipenda la ſcoperta delle diverſe Ragioni , fra le quali trovanſi le riſpettive differenze .

Dico

Dico pertanto, che all' analisi dei noti gradi, o sia tuoni e semituoni conviene perciò necessariamente ricorrere; e con tal mezzo la scoperta sarà diretta, non retrograda, nè presupposta: la qual cosa nel seguente Cap. si farà manifesta.

CAPITOLO XLII.

Dell' Analisi dei gradi Diatonici.

DI qualunque ragione dissonante o consonante può certamente farsi l' analisi; ma la propria e rigorosa a quelle appartiene in ispezialità, delli cui numeri primi, e radicali uno almeno sia composto, come per esempio $\frac{5}{8}$. L' istituto nostro però risguarda principalmente li gradi diatonici, dalla cui analisi scuopresi di quali consonanze, e dissonanze formino l' eccesso, o sia differenza; poichè in realtà li gradi non formano la differenza di consonanza a consonanza, se non materialmente.

Intendo io dunque, sotto questo nome di *analisi*, la divisione dei termini radicali della data ragione nei suoi più prossimi componenti, *factores primi*; come a dire: $\frac{8}{9} = \frac{2\times 4}{3\times 3}$. Da questi poi si formano due ragioni, accoppiando il primo componente 2 al quarto 3, per la prima; e per la seconda, il terzo 3 col secondo 4 $= \frac{2}{3} \cdot \frac{3}{4}$. Finalmente sommati e sottratti li numeri di queste due ragioni, giusta il noto metodo, ne vien formata l' analogia, in cui riluce la differenza o sia il grado, che dalla minor ragione conduce alla maggiore, come qui appresso. $6 : 8 :: 9 : 12$; cioè $2\times 3 = 6$; $2\times 4 = 8$; $3\times 3 = 9$; e $3\times 4 = 12$.

Nella stessa guisa operando sopra il tuono minore, e sopra li varj semituoni, che hanno luogo nel sistema nostro inspessato, o sia cromatico moderno, ne risulterà l' intera serie, che viene qui descritta.

Tuo-

Tuono maggiore.

$\frac{8}{9} = \frac{2\times 4}{3\times 3}$	$\frac{2}{3} \div \frac{3}{4}$	6 : 8 :: 9 : 12.	
		C F G C	

Tuono minore.

$\frac{9}{10} = \frac{3\times 3}{2\times 5}$	$\frac{3}{5} \div \frac{2}{3}$	6 : 9 :: 10 : 15.	
		C G A E	

Semituono diatonico, detto il *maggiore*.

$\frac{15}{16} = \frac{3\times 5}{4\times 4}$	$\frac{3}{4} \div \frac{4}{5}$	12 : 15 :: 16 : 20.	
		C E F A	

Ora convien riflettere, che dalle deſcritte analiſi non ſolamente rilevaſi fra quali conſonanze abbian luogo i varj gradi diatonici, ma ancora fra quali conſonanze e diſſonanze: mentre certa coſa è, che la ſcala diatonica è un aggregato di conſonanze e di diſſonanze, come già ſi è detto. Ciò che più rileva però ſi è, che dati due ſuoni contigui, toſto ſi fa manifeſto il vicendevole contraſto; ma non perciò ſono ambidue nel tempo ſteſſo diſſonanti. In fatti ſe l' uno ſi voglia diſſonante, l' altro certamente ſarà conſonante: ed a vicenda. Quindi è che da ciaſcuna delle notate analogie naſcono due diverſe diſſonanze relativamente a due diverſi accordi conſonanti. Gli eſempj mi ſerviranno di ſcorta a riſchiarare queſta verità; avvertendo ſoltanto il Giovane lettore a rammemorarſi il compleſſo delle conſonanze, e la ſingolarità di ciaſcuna di eſſe; come a dire: che contiene una ſola 5.ª, una ſola 4.ª ecc.

Dall'

Dall' analisi adunque del tuono maggiore risulta ; come s' è veduto , l' analogia $\begin{matrix}6 : & 8 :: & 9 : & 12. \\ C & F & G & C\end{matrix}$ in cui scorgonsi oltre le due $4.^e$ C. F., G. C., anche le due $5.^e$ F. C., C. G.; dunque due accordi consonanti , ed una dissonanza aggiunta : cioè $\begin{matrix}4. & 6. & 8. \\ F & C & F\end{matrix}$ con la nona $\begin{matrix}9. \\ G\end{matrix}$, e $\begin{matrix}6. & 9. & 12. \\ C & G & C\end{matrix}$ con l' undecima $\begin{matrix}16 \\ F\end{matrix}$. (*Tav. XIV.*)

L' identità poi delle Gregoriane lettere manifesta l' equisonanza dei numeri in dupla progressione ascendente , pel cui mezzo direttamente si formano li due diversi accordi consonanti , recando al rispettivo loro luogo le due dissonanze $9.^a$ e 11^a.

Quanto alle differenze poi resta ora provato , che $\frac{8}{9}$ materialmente dinota l' eccesso della $5.^a$ sopra la $4.^a$, ed in sostanza non solo dinota l' eccesso della $12.^a$ sopra l' $11.^a$, ma anche quello della $9.^a$ sopra l' $8.^a$.

Passando quindi all' analisi del tuono minore $\frac{9}{10}$ (la cui analogia $6 : 9 :: 10 : 15$. ci somministra due $5.^e$, e due $6.^e$ maggiori) ne vengono formati due accordi consonanti , ed una dissonanza aggiunta per cadauno ; cioè $\begin{matrix}10. & 12. & 15. \\ A & C & E\end{matrix}$ con la $7.^a$ minore $\begin{matrix}18. \\ G\end{matrix}$, e $\begin{matrix}6. & 9. & 12. & 15. \\ C & G & C & E\end{matrix}$ con la $13.^a$ maggiore $\begin{matrix}20 \\ A\end{matrix}$. (*Tav. XV.*)

Finalmente dall' analisi del semituono diatonico $\frac{15}{16}$ (la cui analogia $\begin{matrix}12 : & 15 :: & 16 : & 20. \\ C & E & F & A\end{matrix}$ ci porge due $3.^e$ maggiori , e due $4.^e$) ne vengono pur formati due accordi consonanti , ed una dissonanza aggiunta per cadauno ;

cioè

cioè $\begin{matrix} 8.10.12. \\ F\ A\ C \end{matrix}$ con la 7.ª maggiore $\begin{matrix} 15. \\ E \end{matrix}$, e $\begin{matrix} 10. & 15. & 20. & 24. \\ A & E & A & C \end{matrix}$ con la 13.ª minore $\begin{matrix} 32. \\ F \end{matrix}$ (*Tav. XVI.*)

E poichè si sono accennati anche li semituoni cromatici, che appartengono al sistema inspessato, in primo luogo ci si presenta il cromatico semituono, detto il *minore*.

$$\frac{24}{25} = \frac{4 \times 6}{5 \times 5} \left| \frac{4}{5} . \frac{5}{6} \right| \begin{matrix} 20 & : & 24 & :: & 25 & : & 30. \\ A & & C & & C\sharp & & E \end{matrix}$$

Veggonsi dunque nell' analogia di questo minor semituono due 3.ᵉ maggiori, e due minori; e dei due accordi consonanti l' uno diatonico e naturale $\begin{matrix} 10. & 12. & 15. \\ A & C & E \end{matrix}$ con l' aggiunta di $\begin{matrix} 25 \\ C\sharp \end{matrix}$: l' altro trasportato $\begin{matrix} 20. & 25. & 30. \\ A & C\sharp & E \end{matrix}$ con l' aggiunta di $\begin{matrix} 48 \\ C\natural \end{matrix}$. Da coteste combinazioni per tanto risulta l' impiego simultaneo del semituono $\frac{24}{25}$, che per verità non è affatto impossibile; richiede nondimeno un particolare artificio, e questi riservato soltanto all' espressione di qualche sentimento aspro assai, e piccante: in somma può riputarsi nella Musica il semituono $\frac{24}{25}$ come semplice intervallo di melodia, ed escluso dall' armonia.

Semituono cromatico, detto il *massimo*.

$$\frac{25}{27} = \frac{5 \times 5}{3 \times 9} \left| \frac{5}{9} . \frac{3}{5} \right| \begin{matrix} 15 & : & 25 & :: & 27 & : & 45. \\ E & & C\sharp & & D & & B\natural \end{matrix}$$

Due 6.ᵉ maggiori, e due 7.ᵉ minori veggonsi formate nell' analogia prodotta da questo semituono. Unico però è l' accordo consonante, che a rigore può dedursene con l' aggiunta delle due dissonanze 13.ª, e 14.ª, cioè $\begin{matrix} 30. & 45. & 50. & 54. \\ E & B\natural & C\sharp & D \end{matrix}$ e questi corrisponde all' accordo segnato nel Cap. XL. Art. VI. in cui pure veggonsi unite la 13.ª e la 14.ª.

Sia dunque detto *ex abundanti* ciò che risguarda li due semimituoni cromatici ; e principalmente ſi ritenga , che nell' analiſi di ciaſchedun grado diatonico, e nelle riſpettive analogie non ſolo ſcorgonſi le differenze dei varj contigui intervalli ; ma in oltre le diſſonanze tutte , o eſplicitamente , o implicitamente, vi ſi trovano indicate .

E quindi vie più ſi fa manifeſto , che qualunque diſſonanza dalla proporzione geometrica viene originata.

CAPITOLO XLIII.

Del quarto di tuono.

L'Autore del Supplemento alla Storia della Musica di M.r Blainville (chiunque siasi) mi porge l'argomento del presente Cap., poichè soverchiamente ivi deridesi il Sig.r Tartini pel *quarto di tuono*, che nel suo Trattato accenna: e se ne fa le beffe per la gran ragione, che qualunque intervallo musico non può risolversi in parti uguali.

Ognuno che mediocremente iniziato sia nella Musica teorica sa che solamente fra due quadrati numeri può cadere un mezzo, che divida la data ragione in due parti uguali: e il Sig.r Tartini lo sapeva quanto ogn' altro. Scorrendo però il suo Trattato non trovo dove parli del *quarto di tuono*, e se pur ne parla, non perciò è da deridersi. Dico bensì che l'Autore del Supplemento non si mostra gran fatto istruito dei termini particolari della Musica, e del modo d'intendergli.

Semidiapente chiamano gli Autori la 5.a minore; e *semiditono* la 3.a minore, mentre di un semituono solamente degradano, quella dalla giusta 5.a, e questa dalla 3.a maggiore. La particola *semi* significa dunque una semplice diminuzione; e così la spiegano Boezio (*a*), e Macrobio (*b*).

Il Tartini dunque reca la divisione del semituono massimo a pag. 127; e lo chiama *diviso in due semituoni*

(*a*) *Semum dici solet quod ad integritatem usque non pervenit*. Mus. Lib. I. Cap. XVI. pag. 176.

(*b*) *Sonum tono minorem veteres semitonium vocitare voluerunt*. In Somn. Scip. Lib. II. Cap. I.

minori $\frac{21}{20}\cdot\frac{36}{35}$, che fra di loro ſono patentemente ineguali; ed infatti alla pag. 131. chiama la ragione $\frac{36}{35}$ ſemituono minimo. Ciò ſtante reca maraviglia che ſi dica nel Supplemento, che il Tartini pretende di dividere il ſemituono maggiore in due quarti di tuono *parfaitement egal*, ſoggiungendo toſto, *choſe impoſſible, avec ſa permiſſion*.

Io non entro qui a diſcutere queſto punto in particolare, poichè gran fatto non intereſſa la profeſſione, mentre felice ſarebbe, ſe giuſtamente foſſero intuonati gl' intervalli, che ab antico ſono in uſo. Per altro aſſeriſco, che la ragione $\frac{35}{36}$ è la minima quarta parte del tuono, ſiccome la ragione $\frac{32}{33}$ n' è la maſſima. Infatti $\frac{8}{9} \times 4 = \frac{32}{36}$ forma di tuono, che in quattro parti lo divide (niuna delle quattro eſſendo l' *eſatta quarta parte*). E in tal propoſito mi luſingo di andar d' accordo con Ariſtoſſeno, che di pari ſentimento ſi ſpiega (*a*).

In ſimil guiſa può ragionarſi del ſemituono, la cui minima quarta parte ci dà la vera differenza fra le due ſettime $\frac{9}{16}\cdot\frac{4}{7}$, cioè $\frac{63}{64}$; perchè $\frac{15}{16} \times 4 = \frac{60}{64}$. Siccome però $\frac{4}{7}$ non ha certamente luogo nella noſtra ſcala, così dal noſtro ſiſtema rimane eſcluſa la ſettima $\frac{4}{7}$, ed in ſua vece viene in uſo quella di $\frac{9}{16}$, che atteſa l' accennata picciola differenza, ne partecipa i privilegj *di andar eſente dalla preparazione*, ed anche *di riſolvere* (cioè paſſar alla conſonanza) *aſcendendo*: ciò che ſarà ſpiegato e provato nel Secondo Libro, ed ivi ſi vedrà fra il Tartini, e l' Autore del Supplemento, chi ſia l' eſpoſto alla deriſione.

Ora parlando ſpaſſionatamente, ſe voglia eſaminarſi il ſaggio che dà il Tartini del ſiſtema Enarmonico a pag. 131. ſcorgeſi toſto, che gli eſtremi ſono in ragione di ſeſquiterza creſcente di un comma; e per conſeguenza il ſemituono

da

(*a*) *Ex toni partibus canitur dimidia, quæ hemitonium vocatur; & tertia pars, quæ vocatur dieſis chromatica minima; & quarta, quæ vocatur dieſis enharmonica minima*. Harm. lib. 2. pag. 46.

da dividerſi in due quarti di tuono (ovvero ſia in due dieſis enarmonici , giuſta il linguaggio de' Greci) non è il limma $\frac{256}{243}$, nè il ſemituono $\frac{16}{15}$, ma bensì quello di $\frac{7}{25}$; tal che non reggono nè gli eſtremi , nè le corde medie alla formazione d' un ſiſtema enarmonico , che imiti l' antico . Non perciò migliori patti poſſono accordarſi a M.r Blainville nel ſuo ſiſtema enarmonico , che nella moderna Muſica certamente non ha luogo , nè può averlo , come a chiare prove ſi vedrà nel Libro Secondo .

Quanto poi al comma $\frac{80}{81}$, io ſteſſo fui quello , che diſpoſe il Tartini a perſuaderſi , che da queſto preciſamente deriva la neceſſità del temperamento nello ſtrumento da taſtatura : ed egli chiaramente ſe ne ſpiega alla pag. 100. del ſuo Trattato . Io dunque confermo la mia aſſerzione rimettendomi al Secondo Libro ; ove parlo del temperamento , come quello che principalmente riſguarda l' ottava diatonica , eſpreſſa e contenuta nei taſti lunghi del Cembalo . Ed ivi appunto la 3.a minore D . F . mancante di un comma $\frac{80}{81}$ ne porta l' indiſpenſabile neceſſità , atteſa la difettoſa poſizione che ne proviene nella 5.a D . A ; nella 4.a A . D . ecc. Nè di più m' innoltro al preſente , deſiderando ſoltanto , che certi autori de' noſtri tempi ſi aſtengano dal ridicolo , e vi ſoſtituiſcano prove e ragioni , ſe pur ne hanno da produrre .

C A-

CAPITOLO XLIV.

Del Comma.

TRe forta di Commi negli Autori di Mufica trovanfi mentovati; il minore in ragione di 2025 a 2048; il maggiore, che è l' ordinario in ragione di 80 a 81; ed il maffimo, detto il Pitagorico, in ragione di 524288 a 531441.

Le ragioni onde per fottrazione derivano tanto il minore quanto il maffimo comma poco o nulla rilevano nella Mufica, ed ugual conto può farfi in confeguenza dei due accennati commi. Per lo contrario dei due tuoni maggiore, e minore la differenza 80 a 81, cioè il comma ordinario grandemente c' intereffa, attefo che non sì tofto manifeftafi, nafce altresì fconcerto intollerabile in tutte le confonanze: ove più, ove meno.

Ciò fi fa manifefto ad evidenza in varj ftrumenti, e con ifpecialità nel Cembalo, e nell' Organo. Infatti tre 5.^{e} giufte confecutive, quali fono nell' accordatura del Violino, e del Violoncello, formano fenza dubbio una 13.^{a} crefcente di un comma: ed il fuo compimento alla 15.^{a}, cioè alla doppia 8.^{a}, rilevafi perciò effere una 3.^{a} minore di 27 a 32 mancante di un comma.

Che fe profeguendo giungafi poi alle quattro 5.^{e} confecutive, nel Cembalo fcuoprefi tofto la 5.^{a} più acuta doppiamente difettofa, benchè giufta negli eftremi; poichè trovafi compofta di una 3.^{a} minore mancante, e di una 3.^{a} maggiore crefcente ambedue di un comma; e queft' eccesso della 3.^{a} maggiore fa sì che la fua corda acuta 81. riefce difcordante dal 5. (una delle tre corde coftituenti l' accordo primitivo confonante) a cui corrifponde, in forza della dupla progreffione, 80, non già 81.

Se

Se dunque portata la ragione tripla al quinto termine 81, ci troviamo tosto in necessità di degradare a 80, come or ora si è accennato, eccoci dunque al caso, (stante tutt'ora in vigore il sistema diatonico) di ricorrere al temperamento. Fra i varj Musici intervalli il comma certamente non si canta, nè si è mai cantato al dire di Aristosseno, ed il comma ordinario 80 a 81 non viene presso di noi in considerazione, se non in quanto che portando necessariamente alterazione nelle usate consonanze, ci obbliga alla partecipazione del difetto: ed il difetto nasce allorchè in un consonante intervallo s' introduce un tuono minore in vece di un maggiore. Cotesti sono intervalli diatonici; quindi è che al diatonico sistema, per mio parere appartiene in ispecialità il temperamento: e per tal fine solamente credo che a' dì nostri occorra parlare del comma; la qual cosa si farà manifesta nel Secondo Libro.

Se non che potrebbesi anche farne parola per iscusar i Greci dell' aver escluse le 3.^{e} e le *6.*^{e} dalla categoria delle consonanze.

CAPITOLO XLV.

Delle prerogative della Quadrupla.

NOn ſi appone al vero chiunque penſa, e dice, che nulla più ſi è la quadrupla, che una ſemplice replicazione dell' 8.ª Certo è, che nei ſemplici ſuoni corriſpondenti ad 1 e 4, non v' è coſa, che rilevi: nondimeno per molti titoli può dirſi a mio credere ***benemerita della Muſica***.

1. La quadrupla è conſonanza vera e reale, non già in forza di prevenzione, di abuſo, e tolleranza (come aſſeriſce un celebre Autore) ma per natura ſua, e per origine.

Eſſa è formata, è vero, dai due quadrati 1 e 4; ed io pure ſoſtengo, che li ſuoni corriſpondenti a due quadrati ſono fra di loro diſſonanti; ma non già quelli che corriſpondono alla quadrupla, che perciò ſi diſtingue appunto, e trionfa ſopra tutta la ſerie dei quadrati. Infatti il ſuono grave della quadrupla è di ſua natura non ſolo conſonante, ma baſe e fondamento di tutte le conſonanze: ed in primo luogo delle equiſonanti, delle quali una è la 15.ª, ſuono acuto della quadrupla. Queſta è dunque conſonanza duplicata, ed inſieme replicata; perchè 1 a $2 \times 2 = 4$, e 1 a $2 + 2 = 4$, ma le replicazioni non derogano alla natura delle ragioni conſonanti o diſſonanti.

Pertanto l' accennato Autore che ammette l' 8.ª fra le conſonanze, non doveva nè poteva ragionevolmente eſcluderne la ſua replicazione, cioè la quadrupla.

In conferma di queſta verità (ſe pur di conferma ha d' uopo) ſoggiungo eſſer vero bensì, che due ſuoni corriſpondenti a due numeri quadrati ſono fra di loro diſſonanti: ma non già ambidue a un tempo ſteſſo. Che però ſe l' acuto è diſſonante, il grave è conſonante; e a vicenda, eſſendo conſonante l' acuto, è poi diſſonante il grave. Sia per ef. $\overset{9}{G} \cdot \overset{12}{C} \cdot \overset{16}{F} \cdot$ Certa cofa è che fe il 16 è diffonante; il 9. è confonante; e per lo contrario, fe il 9. è diffonante, il 16. è confonante. Li diffonanti poi degradando fi rifolvono in confonanti; e li due confonanti accordi che contraftavano, fi riunifcono in uno folo.

Se dunque uno de' due fuoni corrifpondenti ai due quadrati è diffonante, e qualunque dei due può efferlo, l' uno e l' altro perciò deve aver luogo alla rifoluzione; la quadrupla non l' ammette in conto alcuno: non deve pertanto la quadrupla annoverarfi fra le diffonanze. Che la rifoluzione non abbia luogo nella quadrupla è manifefto. Non nel grave, perchè fotto l' Unità non v' è numero, nè fotto del fondamentale v' è fuono. Non nell'acuto, perchè dal 4 il 3 difcende di quarta, non già di tuono, o femituono, come richiede la rifoluzione. L' Autore però che d' ingegno acuto era dotato, ridotto a quefto paffo direbbe forfe, che la quadrupla efpreffa in numeri compofti ammette fenza dubbio la degradazione e nell' acuto, e nel grave. Ma in tal cafo, degradando l' acuto, la 15.ª diviene 14.ª, e fe degrada il grave, la 15.ª diviene 16.ª, vale a dire, che la confonanza fi converte in afpra diffonanza.

E' affioma fra i Mufici, che aggiunta l' 8.ª a qualunque confonanza, tutto è confonante; (Vedi Cap. XVIII. Art. III.) e l' 8.ª aggiunta a fe fteffa forma la quadrupla: quefta dunque è confonante, come lo fono tutte le replicazioni. Accade in oltre nella quadrupla ciò che della dupla fi pronuncia come affioma, cioè che un fuono confonante con un eftremo, è pur anche confonante con l' altro: ed è quefto l' effetto della equifonanza degli eftremi, quali fono non meno quelli della quadrupla, che que' della dupla. La neceffità di togliere un equivoco che potrebbe nuocere ad una importante verità, qual è quella, che *dalla proporzione geometrica fono originate le diffonanze*: la neceffità, diffi, mi ha coftretto a diffondermi più del mio volere intorno a quefto punto.

2. Scorgesi necessaria la quadrupla, per trovare nei loro veri fonti li due mezzi armonici, che determinano in tutta la sua estensione l' armonia consonante. Ogn' uno sa, che $\frac{1}{3}$ è il mezzo armonico della dupla $\frac{1}{2}.\frac{1}{3}.\frac{1}{4}$; ma s' ignora comunemente, o si dissimula, che $\frac{1}{5}$ è il mezzo armonico della quadrupla $\frac{1}{2}.\frac{1}{5}.\frac{1}{8}$; essendone questa il vero fonte. Infatti dalle maggiori Ragioni devonsi ripetere li mezzi armonici e consonanti, non già dalle minori. Rinvenuti pertanto dalla dupla, e dalla quadrupla li mezzi armonici $\frac{1}{3}$ e $\frac{1}{5}$. ne viene in conseguenza (mediante la di loro replicazione) lo sviluppo di tutte le consonanze confinate fra 1. ed $\frac{1}{8}$.

3. La benemerenza della quadrupla risalta vie più nei residui della corda sonora $\frac{1}{2}.\frac{2}{3}.\frac{4}{5}$, che in perfetta equisonanza corrispondono alli suoni di 1. $\frac{1}{2}.\frac{1}{3}.\frac{1}{5}$. in cui perciò si restringono le consonanze originarie. Che se vogliamo progredire ad $\frac{8}{9}$ residuo di $\frac{1}{9}$, continua bensì la dupla progressione nei numeratori; ma la proporzione geometrica delle aliquote 1. $\frac{1}{3}.\frac{1}{9}$. si comunica anche alli suoi residui 1. $\frac{2}{3}.\frac{8}{9}$. in virtù dell' equisonanza: e sono perciò codesti residui di natura geometrica, e dissonanti. Li Pitagorici non ammettevano consonanze oltre la quadrupla; noi escludiamo dalle consonanze tutti i suoni, che nei nominatori de' residui ad essi corrispondenti oltrepassano la quadrupla.

4. Per la melodia pure necessaria rendesi la quadrupla, attesochè sette sono l' 8.^{e} di natura, e specie diversa, ed altrettante le rispettive solfizzazioni. Convien dunque disporre in successive serie di 8.^{a} le Gregoriane lettere con le sillabe di Guida, acciò si manifestino all' occhio con le diverse solfizzazioni anche le diverse specie delle 8.^{e} e delle rimanenti consonanze, come qui dirimpetto si vede.

La perfetta melodia, che altrimenti suol chiamarsi *armonia successiva*, deve contenere ed abbracciare tutte le spezie delle consonanze; e siccome di queste la più perfetta è l' 8.^{a}, quindi nasce la necessità di disporle, e presentarle tutte all'

oc-

G . A . B . C . D . E . F . G.

do re mi fa re mi fa sol

A . B . C . D . E . F . G . A.

re mi fa re mi fa sol la

B . G . D . E . F . G . A . B.

mi fa re mi fa sol re mi

C . D . E . F . G . A . B . C.

do re mi fa sol re mi fa

D . E . F . G . A . B . C . D.

re mi fa sol re mi fa sol

E . F . G . A . B . C . D . E.

mi fa sol re mi fa sol la

F . G . A . B . C . D . E . F.

fa sol re mi fa re mi fa

G . A . B . C . D . E . F . G.

do re mi fa re mi fa sol

occhio in vicendevole confronto: la qual coſa non può effettuarſi ſe non coll' uſo della quadrupla, nella cui ultima 8.ª vedeſi replicata colle ſteſſe lettere muſicali la medeſima ſolfizzazione della prima 8.ª; come nella ſcala diatonica l' ottavo ſuono corriſponde al primo.

Oltre di ciò ſcorgonſi codeſte 8.ᵉ variamente compoſte di due ſimili tetracordi, cioè tre congiunti, e tre diſgiunti, come ſegue.

Congiunti			Diſgiunti			
G.	C.	F.	C.	F:	G.	C.
A.	D.	G.	D.	G:	A.	D.
B♮.	E.	A.	E.	A:	B♮	.E.

Artificiale

F. B♭. B♮. E.

Li due ſuoni nella ſteſſa lettera B♮. B♭, autorizzati dal tetracordo *Synemenon* dei Greci, e dall'eſſacordo F. di Guido, riducono a due ſimili tetracordi l' ottava di F. che a primo aſpetto ſembra anomala.

5. Si dice, e ſi ſa comunemente, che l' 8.ª ſi riſolve in tre terze maggiori, ovvero in quattro terze minori; ma che poi il cubo della terza maggiore decade dall' ottava, ed il quadrato-quadrato della terza minore eccede l' ottava ſteſſa.

Vero veriſſimo: perchè infatti $\frac{\qquad 3}{4 \text{ a } 5} = \frac{64}{125}$, e il difetto ſta da $\frac{125}{128}$. Così $\frac{\qquad 4}{5 \text{ a } 6} = \frac{625}{296}$, e l' eccesso ſta da 1250 a 1296 $= \frac{625}{648}$. Ma qui troppo v' è da ridire,

atte-

attesochè delle tre terze maggiori $\begin{matrix} 16. & 20. & 25. & 32. \\ F & A & C𝄪 & F \end{matrix}$ una sola è diatonica, e naturale; e delle quattro terze minori $\begin{matrix} 10. & 12. & 14. & 17. & 20. \\ A & C & Eb & F𝄪 & A \end{matrix}$ una pure solamente è diatonica. Ma qual barbara divisione è mai questa! e come mai potrà ridursi a giusto calcolo una cotanto strana divisione?

Alla quadrupla pertanto si volga l' occhio, ed in essa ritroverannosi, e le tre terze maggiori, e le quattro minori. Tutte vi si troveranno diatoniche, ed il calcolo a puntino, e perfettamente si accorda, e conviene nella somma della quadrupla.

Per ciò fare con tutta facilità, basta riflettere, che risolvendo la quadrupla in sette terze, delle quali tre sono maggiori, e quattro minori, come qui appresso:

F . A . C . E . G . B♮ . D . F

ne vengono quindi formate tre quinte: cioè

F . C . G . D . F.

che rinchiudono tre terze maggiori, e tre terze minori: rimanendo in tal guisa la sola terza minore D . F . da aggiungere alle predette tre quinte. Ciò posto si faccia il cubo della quinta $\overline{2.\ 3}^{\,3} = 8.\ 27$; e vi si aggiunga poi la 3.ª minore D . F $= 27 . 32$; ne risulterà per certo $8 \times 27 = 216$, e $27 \times 32 = 864$; ma è chiaro che $216 : 864 :: 1 : 4$; dunque per una via ugualmente sicura e compendiosa rimane deciso, che dalla quadrupla solamente può ripetersi la giusta equazione delle sette terze, tre maggiori, e quattro minori: non già dall' 8.ª Oltre di che nella quadrupla tutte le terze vi si trovano diatoniche e naturali: non del pari nell' 8.ᵉ dove una delle tre terze maggiori, cioè G𝄪 . B𝄪 = G𝄪 . C .

a tal

a tal ſegno eccede, che nel modo minor naturale ſi uſa G♯. C. come 4.ª diminuita ed è tale in fatti; e nel modo maggiore traſportato è preſſo che inſoffribile la 3.ª maggiore G♯. B♯.

Delle quattro terze minori poi una è un triemituono incompoſto, che non è già una terza minore, ma bensì una ſeconda eccedente. Che l' intervallo G♯. C. ſia una quarta lo manifeſtano le quattro lettere G♯. A. B♮. C. Qualora poi voglianſi determinare gli eſtremi ſuoni all' intervallo di terza, non ſarà più G♯ C; ma bensì G♯ B♯; e in tal caſo l' ultima lettera B♯ non corriſponde all' altra G; e ſi diſtrugge in tal guiſa il ſuppoſto, cioè l' ottava che ſi era preſa a dividere o riſolvere in tante terze.

6. Nella quadrupla armonica $\frac{1}{2}.\frac{1}{5}.\frac{1}{8}$. ſi compie il periodo delle conſonanze, e tutte quelle che ſeguono ſono mere replicazioni delle medeſime. E' manifeſto che la dupla ſemplice 1 a $\frac{1}{2}$ non ammette mezzo di ſorte alcuna, e però convien raddoppiarne i termini per avere il mezzo armonico in $\frac{1}{2}.\frac{1}{3}.\frac{1}{4}$. Così della quadrupla ſemplice 1 ad $\frac{1}{4}$ convien pure raddoppiare i termini per avere il mezzo armonico in $\frac{1}{2}.\frac{1}{5}.\frac{1}{8}$. Per vero dire due mezzi ammette la ſemplice quadrupla, in $1.\frac{1}{2}.\frac{1}{3}.\frac{1}{4}$. ma niuno dei due è mezzo armonico, eſſendo geometrico $\frac{1}{2}$, e tutti il ſanno; e l' altro $\frac{1}{3}$ è mezzo cubico, atteſochè le differenze ſono come i cubi degli eſtremi, ciò che nel Cap. XV. di queſto Lib. ho provato e ſtabilito.

Siccome adunque le conſonanze non oltrepaſſavano la ſemplice quadrupla preſſo i Greci: così preſſo i Moderni la quadrupla armonica fiſſa il confine a tutte le conſonanze, che dalla replicazione di $1.\frac{1}{3}.\frac{1}{5}$. derivano, e ſono formate.

7. Mentre dalla quadrupla viene fiſſato e ſtabilito il periodo delle conſonanze, la progreſſione dupla continuata ci reca il mezzo armonico 9 nella ottupla $\frac{1}{2}.\frac{1}{9}.\frac{1}{16}$. Ad $\frac{1}{9}$ corriſponde in perfetta equiſonanza il ſuo reſiduo $\frac{8}{9}$; quindi in vigore dell' accencennata legge, dovrebbe il 9 eſſere annoverato alle conſonanze, ma la geometrica proporzione, principio e cagione delle diſſonanze, ne lo eſclude, come è provato nel Cap. XXVI. La melodia però (parte neceſſaria, ed una delle due nella Muſica) gran parte riconoſce dell' eſſer ſuo dal 9, poichè da queſto ne vengono formati li due tuoni maggiore e minore. Innoltrandoci poi colla dupla progreſſione alla ſeſdecupla armonica $\frac{1}{2}.\frac{1}{17}.\frac{1}{32}$. ſi acquiſtano li due ſemituoni $\frac{16}{17}.\frac{17}{18}$. da cui armonicamente ſi divide il tuono maggiore; e ſono cromatici ugualmente che $\frac{24}{25}.\frac{25}{27}$., in cui pure ſi riſolve lo ſteſſo tuono maggiore. Il ſemituono diatonico poi, detto il maggiore, naſce dalla quarta proporzionale di 1.3.5. cioè 1:3::5:15. ma non è già eſſo parte del tuono maggiore diatonico, come lo manifeſta la ſottrazione di $\frac{15}{16}$ da $\frac{8}{9}$. Nella ſeſdecupla armonica bensì $\frac{1}{2}.\frac{1}{17}.\frac{1}{32}$. rinvienſi il 17, che forma un ſemituono maggiore, la cui differenza dal diatonico è ſoltanto di 255 a 256, come ſi rileva dalla ſottrazione di $\frac{16}{17}$ da $\frac{15}{16}$.

Ora da quanto fin qui ſi è detto rilevaſi, che i mezzi armonici, da cui dipendono le conſonanze, e li gradi della melodia, devono cercarſi nelle ſucceſſive potenze della dupla, eccettuatone il ſemituono diatonico, che ſcuopreſi mezzo della ſeſquiterza armonica 14.15.16: eſſendo infatti il minore dei due ſemituoni, in cui riſolveſi il tuono maſſimo $\frac{7}{8}$, che nel genere diatonico non ha luogo.

8. Che l' uſo della quadrupla rendaſi indiſpenſabile, per provare e far evidente, col mezzo dei compimenti, il riverſamento di tutte le diſſonanze contro l' opinione di M.r Rameau, come già ſi è veduto nel Cap. XXXIX.

Ora queſt' è ben altro che dire eſſere la quadrupla une diſſonanza, e ſolamente per abuſo tollerata, ed annoverata alle conſonanze.

CAPITOLO XLVI.

Dell' uso della proporzione geometrica nella Musica.

COn ottimo effetto si adoperano le dissonanze nella Musica, come è noto per la sperienza, e queste sono prodotte dalla proporzione geometrica, come già si è detto; poichè scorgesi dissonanza nell' armonia, qualunque volta due simili intervalli consonanti in un solo accordo trovansi combinati, per es. due 5.^e, e due 4.^e, o due 3.^e maggiori ecc. la qual cosa accade per l' introduzione di due mezzi fra loro geometrici in una, o nell' altra delle Ragioni consonanti usate nel componimento; ed è questo un uso assai frequente della proporzione geometrica nella Musica.

2. La cagione poi del diletto che ricevesi dalle consonanze stesse tutta risiede nella progressione dupla-continua che regna fra le parti consonanti della serie armonica nella corda sonora, e li rispettivi residui, come qui si vede:

Parti consonanti della serie armonica	$\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{5} \cdot$
Residui della corda sonora - - -	$\frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{4}{5} \cdot$

Infatti la progressione dupla nella Musica, e nell' armonia corrisponde alla progressione dell' Unità nell' aritmetica, e nella Geometria. Se dunque progredisca l' Unità senza fine, il prodotto sarà sempre Unità; e se parimenti progredisca la Ragione dupla quanto si voglia, il risultato sarà sempre di suoni equisoni, che tutti dalla stessa lettera musicale come tali saranno caratterizzati, e perciò come un suono solo considerati. Le dissonanze adunque nascono bensì dalla proporzione geometrica, ma coll' esclusiva della proporzione dupla, da cui de-

derivar non possono suoni sostanzialmente diversi, ma equisoni, e sempre equisoni. E perciò dalla stessa dupla progressione di $1 . \frac{1}{3} . \frac{1}{5}$. risulta l' intero complesso delle consonanze, e sue replicazioni, come qui appresso.

F.	1. 2. 4. 8.	16.	32.	ecc.
C.	3. 6.	12.	24.	
A.	5.	10.	20.	

3. Oltre gli usi mentovati della proporzione geometrica v' è quello delle replicazioni usitatissimo nella Musica, per es. $\underset{F}{2} : \underset{C}{3} :: \underset{F}{4} : \underset{C}{6}$; $\underset{F}{4} : \underset{A}{5} :: \underset{F}{8} : \underset{A}{10}$. ove $\underset{F}{2} . \underset{C}{6}$. si considera come una 5.ª, benchè l' intervallo sia di 12.ª e $\underset{F}{4} . \underset{A}{10}$. si considera come una semplice 3.ª maggiore, benchè l'intervallo sia di 10.ª, e lo stesso metodo si tiene in qualunque intervallo, o consonante o dissonante. Nel segnare li numeri sopra le note del Basso continuo si scrive sempre 3.5.7.9. ecc. benchè nelle parti sieno disposti cotesti suoni in intervalli più acuti per una o due ottave; e la nona con questo stesso numero si usa di segnare anche allora quando, nelle parti trovasi disposta nell' intervallo di 2.ª, ed è questo un uso frequentissimo nella Musica. Quindi ne avviene, che la proporzione geometrica non procede nella Musica col rigore della Geometria.

Infatti sono geometrici presso i Musici 2. 3. 9., e 2. 6. 9; ugualmente che 1. 3. 9., e 4. 6. 9, presso i Geometri; attesochè a ciascheduna delle segnate combinazioni corrispondono precisamente gli stessi suoni di F. C. G., soltanto che ora sono più vicini, or più lontani: e l' analogia $\underset{F}{2} : \underset{C}{3} :: \underset{C}{6} : \underset{G}{9}$ palesa geometrici anche 2. 3. 9, e 2. 6. 9, perciò che sono equisoni 3. e 6.

4. Si aggiunge pur anche esservi nella Musica varie disso-

nanze, che tali sono per esser queste solamente *di natura geometrica*; imperciocchè dalla geometrica proporzione in qualche modo derivano. Fra queste v' è la 9.ª, che nella seconda armonia dell' accordo viene rappresentata dalla settima $\frac{5}{9}$; nel qual caso cotesta 7.ª non è geometrica se non in origine, ed in virtù dell' equisonanza dell' 8.ª con la base 4. come si vedrà nel Lib. III.

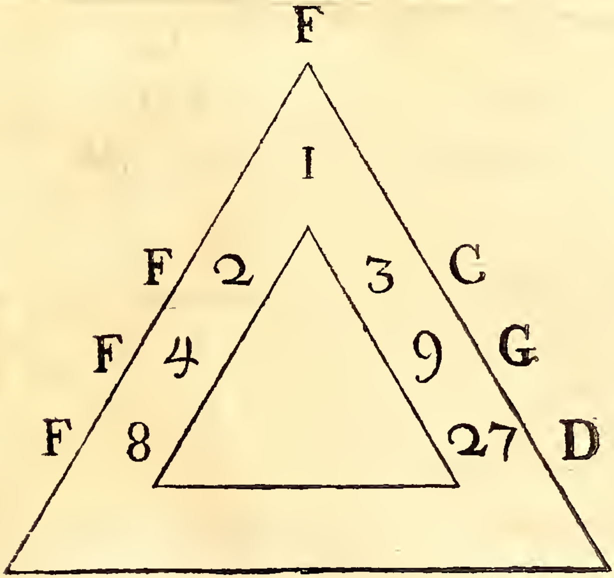
Così pure la settima minore $\frac{9}{16}$ nella quinta corda del modo maggiore o minore, non è geometrica a rigore, ma scorgesi però originata dal riversamento della 9.ª espresso da $\div\!\!\div$ 9 : 12 : 16. La 9.ª minore poi composta bensì da due 5.ᵉ, ma l' una maggiore, l' altra minore, e perciò non geometrica per se, trae l' origine dalla 7.ª maggiore $\frac{8}{15}$ (Lib. I. Cap. XXIX.) e seco unisce, come la 9.ª maggiore in un solo accordo due basi: potissima cagione dell' asprezza della dissonanza, che non altra origine può avere, se non la proporzione geometrica. Lo stesso accade di varie altre dissonanze, di cui non serve diffondersi più oltre a favellare, essendo cosa certa, che qualunque dissonanza è di natura geometrica o direttamente, o in origine e per deduzione, o manifesta, o involta e coperta dalle varie combinazioni.

C A-

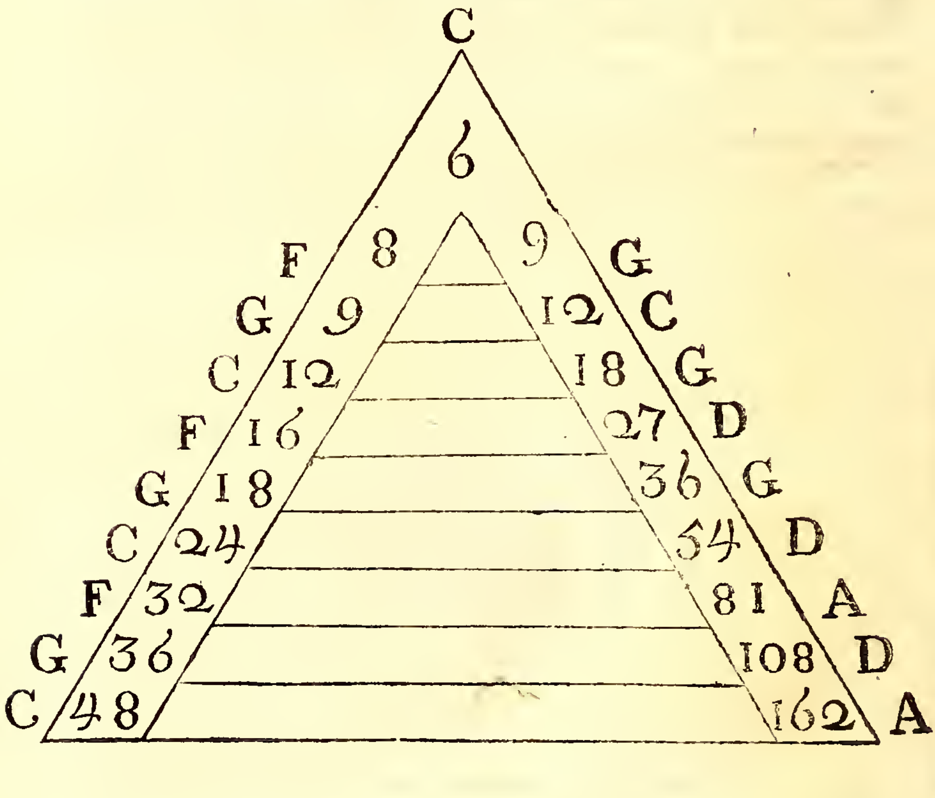
CAPITOLO XLVII.

Dei Numeri Platonici.

QUanto poi ai numeri di Platone nel Timeo, che ponendo l' Unità nel vertice di un triangolo, i cui due lati sono così formati, cioè il sinistro dal 2., dal suo quadrato 4.; e dal suo cubo 8.: e così il destro dal 3., dal suo quadrato 9., e dal suo cubo 27.; dico che sono adattabili cotesti numeri alla Musica dei Pitagorici e Platonici solamente, i quali com' è ben noto oltre le prime consonanze 8.ª, 5.ª, 4.ª, ed i loro composti (esclusa però l' 11.ª) non ammettevano se non il tuono maggiore $\frac{8}{9}$ per la melodia, come differenza della 4.ª alla 5.ª ed in oltre il limma $\frac{256}{243}$, come compimento della 4.ª relativamente al ditono. Ecco la Figura del triangolo, cui solamente aggiungo le lettere musicali per indicarne i corrispondenti suoni.



Scorgonsi però in questa serie di numeri chiare traccie delle principali corde di modulazione del modo maggiore nelle rispettive sue quinte, cioè della corda principale C . G; della quarta F . C; e della quinta G . D; per lo contrario niun vestigio scuopresi delli tetracordi, che formano il sistema dei Greci, (almeno in questo primo piano .) E' vero bensì, che quegl' intervalli volevansi riempiuti con due mezzi, l' uno armonico, e l' altro aritmetico: quindi vien formato un altro triangolo, che nel vertice porta il numero *6.* onde inserirvi si possano le mentovate due medietà. Ma siccome tutto va a dovere nel sinistro lato dai dupli intervalli formato è composto; così nel destro manifesto errore vi si scuopre, poi-



chè

chè fra il 36, e l' 81. deve assolutamente collocarsi il 54; ed escluderne affatto il 94: ed in tal guisa troverannosi li triplici intervalli esattamente riempiuti dalle indicate due medietà, non meno che gl' intervalli dupli, che formano il sinistro lato della presente Figura, che in secondo luogo vedesi descritta nel Timeo di Platone.

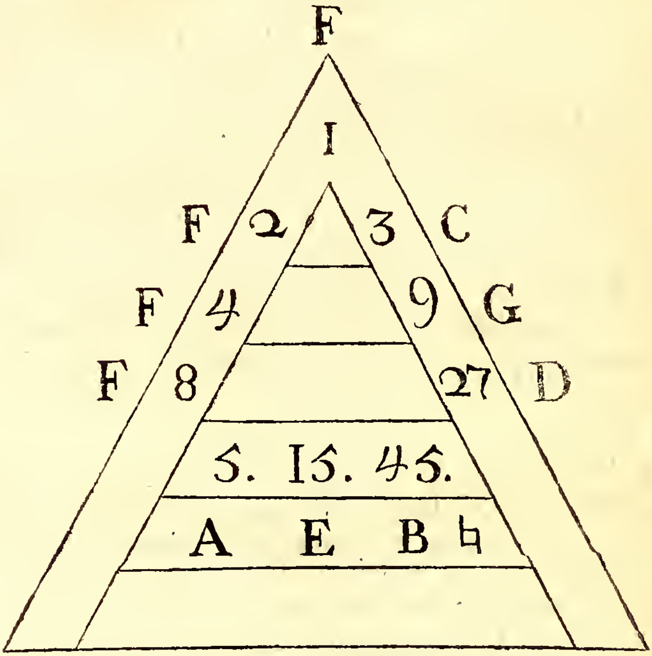
Ora siccome la prima Figura non contiene se non intervalli dupli, e tripli; così in questa seconda si veggono in oltre intervalli sesquialteri, sesquiterzi, e sesquiottavi, cioè quinte, quarte, e tuoni. Si vogliono però da Platone riempiuti col tuono le quarte, fra li cui estremi collocatine due, ciò che manca al compimento della quarta sarà la Ragione di $\frac{256}{243}$, da esso chiamato *limma*, vale a dire *defectus*; ed in tal guisa formati li tetracordi, due di essi disgiunti formano l' intera 8.ª composta di cinque tuoni, e due semituoni.

Quanto fin qui s' è detto serve, ed avvanza per ispiegare il sistema diatonico dei Greci. In qual modo poi questa dottrina possa adattarsi alla creazione dell' anima, ed alla formazione del Mondo non è mia messe, nè mio impegno il rintracciarlo; ben più tosto dirò anch' io: *Nihil Platonicis numeris obscurius*. Ne hanno trattato Cicerone (*a*), Plutarco (*b*), Proclo Diadoco (*c*), Calcidio (*d*), Ficino (*e*), ed altri varj Autori, ma per mio credere nulla più rilevarsi può da questi (per altro celebratissimi Uomini) di quanto può intendersi nello stesso Platone, di cui presso a poco ripetono soltanto le parole.

In simiglianza però dei triangoli Platonici, uno in tre ordini

(*a*) *Cicero de Universitate.*
(*b*) *Plutarchus de procreatione Animæ.*
(*c*) *Proclus Diadocus in Timæum Platonis.*
(*d*) *Chalcidius. Comment. in Tim. Plat.*
(*e*) *Ficinus. Comment. in Tim. Plat.*

dini di numeri diviso ne propongo io, adattato alla moderna Musica, ed espresso nella seguente Figura.



Raccolgonsi in questo triangolo tutte le sette Voci; ond formasi il moderno sistema, cioè una scala composta di tre tuoni maggiori, due minori, e due semituoni diatonici; e mi spiego, per qual via io introduca, e con qual metodo io disponga il nuovo lato aggiunto.

E' cosa trita, e manifesta, che dalle replicazioni dei suoni indicati dalli tre seguenti armonici e consonanti numeri 1 . 3 . 5. ovvero sia 1 . $\frac{1}{3}$. $\frac{1}{5}$. ne vengono formate tutte le moderne consonanze: e sono questi come un dato presupposto ed innegabile nella Musica. Ora dunque se ai tre numeri suddetti s' aggiunga un quarto proporzionale, e si continui poi l' analogia, sarà 1 : 3 :: 5 : 15 :: 15 : 45. Le annesse lettere musicali nel triangolo, manifestano di questi nuovi numeri li corrispondenti suoni, ni, che delle tre quinte F.C; C.G; G.D; formano infatti le consonanti rispettive terze.

Che poi il lato aggiunto non deducasi in proporzione continua, principiando dall' 1. come nei due primi, punto non mi cale; anzi stando sulle traccie di Platone mi lusingo di coglier nel segno. Dice il gran Filosofo (*a*): *Ex ea substantia quæ individua & semper eadem similisque est*, ecco indicato il lato sinistro del triangolo, i cui numeri 1.2.4.8. recano suoni tutti fra di loro equisoni: quali nella Musica sono le replicazioni. Tosto poi soggiunge: *& ex ea rursus* (*substantia*) *quæ circa corpora dividua fit*, ove chiaramente annuncia il destro lato, i cui numeri 1.3.9.27. recano suoni l' uno dall' altro tutti diversi, come lo sono tre quinte o consecutive, o l' una dall' altra per una duodecima distanti: ciò che in appresso si farà più manifesto. Indi segue a dire: *tertiam substantiæ speciem commiscuit mediam, quæ rursus esset naturæ ipsius ejusdem, & naturæ ipsius alterius particeps, eamque per hæc mediam constituit inter individuam substantiam, & eam quæ circa corpora dividitur. Ea cum tria sumpsisset in unam speciem omnia temperavit*. Parla qui chiaramente il Filosofo di una terza sostanza, che partecipa della natura *dello stesso*, e della natura *del diverso*: dunque con una terza serie di numeri e suoni deve questa essere espressa. Che poi vengano in acconcio quelli ch' io dispongo nel lato aggiunto, lo accenna il chiaro Autore dicendo: *eamque per hæc mediam constituit.... Ea cum tria sumpsisset in unam speciem omnia temperavit*. Certamente niuno ignora, che la 3.ª sta di mezzo fra la base, e la 5.ª, e che insieme uniti questi tre suoni, esprimono la perfetta, e più unita armonia consonante. Infatti del mio lato aggiunto l' A forma la 3.ª di F, di cui C è la 5.ª; così l' E forma la 3.ª fra C e G. Finalmente B♮ forma la 3.ª fra G e D; e col mezzo poi della dupla progressione, ovvero sia delle repli-

(*a*) *In Timæo*.

plicazioni verranno coi ſeguenti numeri eſpreſſe le mentovate armonie ; cioè

4.	5.	6.	12.	15.	18.	36.	45.	54.
F	'A	'C	'C	E	G	'G	B♮	D

In tal guiſa ſolamente cred' io che poſſa ſpiegarſi il ſentimento di Platone, quanto alla Muſica, o all' armonia, di cui gli è piaciuto ſervirſi, come di un Tipo, o d' una Immagine, per iſpiegare la creazione dell' anima, e del Mondo. Avverto però ch' io intendo qui li numeri di tutt' e tre li deſcritti triangoli, come diviſori dell' Unità, poichè volgarmente inteſi, tutto anderebbe in rovina quanto all' armonia.

Ingenuamente pertanto confeſſo, che conſiderati i numeri Platonici come tanti aggregati di Unità, l' armonia dei corriſpondenti ſuoni ſcorgeſi retrogada e diſordinata, nè può reggerſi. E che di numeri interi parli il Filoſofo è coſa manifeſta; poichè dice: *Unam principio accepit ex univerſo portionem. Secundam autem primæ partis duplam. Deinde tertiam, quæ ſecundæ ſeſquialtera eſſet, primæ tripla. Poſtea quartam ſecundæ duplam. Quintam deinceps tertiæ triplam. Sextam primæ octuplam. Poſtremo ſeptimam, quæ partibus ſex & viginti primam excederet, etc.*

Quindi pertanto a chiare note ſi deduce, che codeſto Platonico ſiſtema applicato alla Muſica (alla noſtrale certamente) la sfigura in iſtrano modo; ~~ed~~ in vece di farne un piano ordinato, ne fa un moſtro.

Qui potrebbe forſe dirmi alcun moderno, che tale è l' andamento delle vibrazioni: ma già di ciò ſi è parlato quanto baſta nel Cap. XVIII. Dico però che il ripiego non ha luogo, mentre non può negarſi che della materia la maggior porzione rappreſenta ed eſprime ſempre il grave, e la porzione minore rappreſenta l' acuto; e dei corpi ſonori in genere li maggiori producono il ſuono più grave in confronto delli minori, che rendono l' acuto. Nondimeno bella coſa ſarebbe il rilevar lo ſtato di quella prima porzione, della ſua dupla, e della tripla, ecc. poichè potrebbeſi quindi rintracciare l' andamento e l' ordine di quella mondana armonia. Ma di ciò, quan-

quanto a noi, ſi è parlato ormai più del biſogno; rimettendomi pel reſtante a quanto ne dice l' eruditiſſimo P. M. Martini nella dotta ſua diſſertazione: *De uſu proportionis geometricæ in Muſica*.

CAPITOLO XLVIII.

Che da $1 . \frac{1}{3} . \frac{1}{5}$. *deriva tutto il nostro sistema musicale.*

IL sistema armonico-consonante base e fondamento di tutta la Musica, è il risultato di tutte le consonanze ordinatamente unite in un solo accordo. Le consonanze sono sette, cioè 8.ª, 5.ª, 4.ª, 3.ª maggiore, 3.ª minore, 6.ª maggiore, 6.ª minore; e queste tutte si ravvisano in $1 . \frac{1}{3} . \frac{1}{5}$. colle sue replicazioni fino ad $\frac{1}{8}$. inclusivamente: cioè 1 . 2 . 3 . 4 . 5 . 6 . 8 . intesi pure come divisori dell' Unità. Da $\frac{1}{2}$ abbiamo l' 8.ª; da $\frac{2}{3}$ la 5.ª; da $\frac{3}{4}$ la 4.ª; da $\frac{4}{5}$ la terza maggiore; da $\frac{5}{6}$ la 3.ª minore; da $\frac{3}{5}$ la 6.ª maggiore; da $\frac{5}{8}$ la 6.ª minore. Che se più oltre vogliasi progredire colla divisione di $1 . \frac{1}{3} . \frac{1}{5}$. non già nuove consonanze, ma delle precedenti radicali soltanto le replicazioni si avranno. Sono dunque le sette mentovate tutte le consonanze radicali, che equitemporaneamente poste in uso, formano il più perfetto e completo accordo consonante. Dunque da $1 . \frac{1}{3} . \frac{1}{5}$. deriva il sistema armonico-consonante. Nè qui v' è luogo ad opposizione, o dubbietà di sorte alcuna.

La scala diatonica è un composto di consonanze e dissonanze al numero di otto voci. Poichè dunque tre solamente sono le voci consonanti, altre quattro ne abbisognano, che coll' ottava del suono grave giungano a formare l'intera scala; queste di necessità devon essere dissonanti: e perciò svelate che sieno avremo insieme la scala diatonica, e le quattro dissonanze.

Esaminando la scala che risulta dall' ordinata divisione della corda sonora, scorgesi essa composta di nove voci espresse da 8 . 9 . 10 . 11 . 12 . 13 . 14 . 15 . 16., mentre la nostra diatonica ne conta otto solamente. Oltre di che vi sono le voci 11 . 13 . 14 . che rimanendo escluse a gran ragione dall' armonia e dalla melodia, certamente non convengono alla nostra moderna Musica.

Ecco

Ecco le due ſcale in confronto.

Scala della corda ſonora	8 . 9 . 10 . 11 . 12 . 13 . 14 . 15 . 16 . F G A B♮ C D E♭ E♮ F
Scala diatonica	24 . 27 . 30 . 32 . 36 . 40 . $42\frac{2}{3}$. 45 . 48 . C D E F G A Bb B♮ C

Moltiplicati dunque pel 3. li numeri della prima ſcala fondata in F fa ut, (domanda 2.ª) ne ſorge la ſcala diatonica di C ſol fa ut. Non convengono però queſte due ſcale nella 4.ª e nella 6.ª corda. Nella 4.ª la differenza è di $\frac{32}{33}$; e nella 6.ª di $\frac{39}{40}$. La 7.ª corda non ha luogo nella ſcala diatonica, e ſoltanto vi ſi è poſta per conſervar l' ordine della ſcala della corda ſonora.

Preſe nondimeno dalla ſcala ſuddetta le quattro voci conſonanti 8. 10. 12. 16; e le due diſſonanti 9. 15. come che prodotte anch' eſſe da 1. 3. 5. ed eſcluſi perciò 11. 13. 14; rimangono da ſcoprirſi due ſole voci, cioè la 4.ª, e la 6.ª

Seguendo pertanto l' indicata traccia, (Lib. II.) dal 9. quadrato del 3. paſſeremo al cubo 27, che ci porge la 6.ª corda dell' ottava; e dalla proporzione continua paſſando alla diſcreta avremo la quarta corda 45. nella ſeguente analogia 1 : 5 : : 9 : 45. numeri dedotti tutti da $1 . \frac{1}{3} . \frac{1}{5}$. E ne viene quindi formata la ſeguente figura, la quale con gli ſteſſi numeri, e ſuoni ci dipinge tre accordi conſonanti, e tre diſſonanti.

Orizzontali
armonici e conſonanti.

Perpendicolari geometrici e diſſonanti.

1 . F	3 . C	5 . A
3 . C	9 . G	15 . E
9 . G	27 . D	45 . B♮

Sono dunque le voci componenti l' intera 8.ª, o ſcala diatonica; cioè le conſonanze unite alle diſſonanze.

1. 3. 5. 9. 15. 27. 45.
F C A G E D B♮

che approſſimati, e ridotti a gradi eſprimono una vera ſcala nel modo che ſegue:

F		G		A		B♮		C		D		E		F
	$\frac{8}{9}$		$\frac{9}{10}$		$\frac{8}{9}$		$\frac{15}{16}$		$\frac{8}{9}$		$\frac{9}{10}$		$\frac{15}{16}$	
32.		36.		40.		45.		48.		54.		60.		64.

Non ſi vuol già che ſia queſta la ſcala, ch' è baſe e fondamento del modo maggiore armoniale; ma è vero altrettanto eſſer queſta una delle ſette diatoniche ſcale. (Vedi Cap. XLV.)

In fatti la ſcala diatonica in genere (nella moderna Muſica) è compoſta di tre tuoni maggiori da $\frac{8}{9}$: di due minori da $\frac{9}{10}$: e di due ſemituoni maggiori da $\frac{15}{16}$. Il fatto prova, e in una occhiata ſi vede che tale è la ſcala ſuddetta; dunque ella è vera ſcala diatonica. Che poi ſia dedotta da 1. 3. 5. or ora ſi farà manifeſto, riflettendo che

$$9 = 3 \times 3$$
$$15 = 3 \times 5$$
$$27 = 3 \times 3 \times 3$$
$$45 = 3 \times 3 \times 5$$

dunque oltre le conſonanze, anche le diſſonanze, e la ſcala diatonica derivano da 1. 3. 5.

Rimangono pertanto eſcluſi come inconcinni li ſuoni corriſpondenti alli numeri 7. 11. 13. e della loro eſcluſiva la cagione è patente, forte, e chiara: perciò che ſono eſſi li mezzi armonici delle tre conſonanze ſecondarie, cioè di meri compimenti.

Qui deve rammentarſi il Lettore dell' accennata diviſione delle conſonanze in principali e primarie, ed in derivate e ſecondarie, che ſono i compimenti delle principali, e per ſervirmi della fraſe del Carteſio, *le ombre dei riſpettivi corpi*, cioè la 4.ª della 5.ª; la 3.ª minore della 6.ª maggiore; la 6.ª minore della 3.ª maggiore.

Del-

Delle ſette conſonanze, che naſcono dalla diviſione della corda ſonora, l' 8.ª che è la prima, e la più perfetta, è compimento di ſe ſteſſa: *Alpha & Omega*. Le altre ſei ſono ripartite in primarie, e compimenti, come nella ſeguente tavola qui deſcritta ſi veggono coi riſpettivi loro mezzi armonici.

Conſonanze armonicamente diviſe.

Ottava

2. 3. 4.

Primarie.	Compimenti.
Quinta	Quarta
4. 5. 6.	6. 7. 8.
Seſta maggiore	Terza minore
6. 8. 10.	10. 11. 12.
Terza maggiore	Seſta minore
8. 9. 10.	10. 13. 16.

Ecco ſvelata la natura e l' indole de' numeri 7. 11. 13. onde rimangono eſcluſi i loro corriſpondenti ſuoni, come *inconcinni* dalla ſcala diatonica, e perciò anche dalla melodia, e dall' armonia. Laddove li ſette indicati numeri componenti la ſcala diatonica ſono tutti mezzi armonici delle conſonanze principali e primarie, e derivano da 1. 3. 5; come lo manifeſta la ſeguente tavola.

Ottava	2	3	4	F. C. F
Seſta maggiore	3	4	5	C. F. A
Quinta	4	5	6	F. A. C
Terza maggiore	8	9	10	F. G. A
Quinta	12	15	18	C. E. G
Terza maggiore	24	27	30	C. D. E
Quinta	36	45	54	G. B♮. D

Si

Si oſſervi però, che li due numeri 9 e 27. ſono li mezzi armonici di due diverſe terze maggiori, l'una (8.9.10.) propria della ſcala armonica; l' altra (24. 27. 30.) della ſcala diatonica, ed eſſa appunto ſpecifica il modo maggiore in quella ſpecie di 8.ª, che n' è la baſe e fondamento.

Oltre le due terze maggiori veggonſi pure nella ſteſſa tavola tre diverſe quinte (4. 5. 6.) (12. 15. 18.) (36. 45. 54.) appartenenti, l' una alla principal corda C del modo maggiore; l' altra alla quarta corda F; e la terza finalmente alla quinta corda G. Ma queſte appunto ſono le tre proprie, e principali corde di modulazione del modo maggiore: che più dunque può deſiderarſi? che più, per convincerſi che da 1. 3. 5. deriva tutto il noſtro ſiſtema muſicale; cioè tutte le conſonanze, e le diſſonanze, la ſcala diatonica, ed il modo maggiore con la ſua modulazione: rimanendo eſcluſi *come inconcinni*, e rigettati li ſuoni che corriſpondono alli numeri 7. 11. 13.?

Opporrà forſe taluno, che alla moderna Muſica appartiene pur anche il modo minore, di cui non s' è fatto parola. A queſti però ſi riſponde, che ſiccome il modo minore armoniale ha per baſe una ottava delle ſette diatoniche, che derivano da 1. 3. 5. trovaſi pur eſſo qui compreſo; e le ragioni per cui vien fiſſato all' 8.ª di C ſol fa ut, il modo maggiore, ſono pur eſſe quelle, per cui all' 8.ª di A la mi re, il modo minore vien appoggiato, come ſi vedrà nel Libro Secondo.

E poichè nulla ſi vuol diſſimulare, ſoggiungo che a bello ſtudio s' è qui ommeſſo 5 × 5, atteſochè il minor ſemituono $\frac{24}{25}$ non conviene al ſiſtema puro diatonico. Ha luogo però nel modo minore, allorchè nella modulazione ſi dichiara miſto di diatonico e cromatico. Ciò che renderaſſi chiaro e manifeſto, allorchè di propoſito ſi ragionerà del modo minore, e degl' intervalli eccedenti e diminuiti ad eſſo ſpettanti in iſpecialità.

Qui pongo fine al Primo Libro, in cui mi luſingo d' aver

a ſufa ſufficienza ſteſo il Piano ſcientifico della Muſica, appoggiato ſempre alle ragioni, e proporzioni, ſenza di cui certamente non può ſuſſiſtere, e nè tampoco eſiſtere la ſcienza armonica. Nel Libro II. ſi darà la teoria di tutto ciò che concerne e dà l' eſſere alla Muſica pratica.

FINE DEL LIBRO PRIMO.

NOI RIFORMATORI

Dello Studio di Padova.

AVendo veduto per la Fede di Revisione, ed Approvazione del *P. F. Francesco Antonio Benoffi* Inquisitore Generale del Santo Officio di Padova, nel Libro intitolato: *Della Scienza Teorica, e Pratica della moderna Musica, Libro Primo Manoscritto*: non v' esser cosa alcuna contro la Santa Fede Cattolica, e parimente per Attestato del Segretario Nostro, niente contro Principi, e buoni costumi, concediamo Licenza a *Giovanni Manfrè Stampator di Venezia*, che possa essere stampato, osservando gli ordini in materia di Stampe, e presentando le solite copie alle Pubbliche Librerie di Venezia, e di Padova.

Dat. 19. Febbrajo 1778.

(Pietro Barbarigo Rif.

(Francesco Morosini 2.° Cav. Proc. Rif.

(Girolamo Grimani Rif.

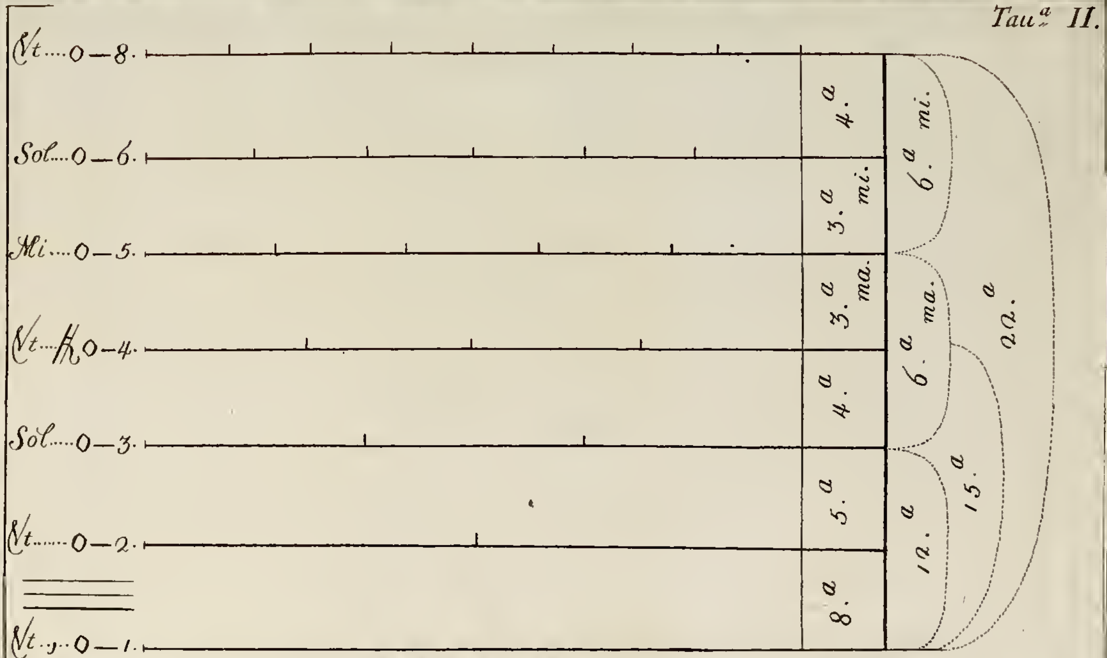
Registrato in Libro a Carte 398. al Num. 1438.

Davide Marchesini Segr.

Cap. 4. art. 2.

$\frac{1}{2}$	Octava								
$\frac{1}{3}$	12.ma	$\frac{2}{3}$	Quinta						
$\frac{1}{4}$	15.ta	$\frac{2}{4}$	8.a	$\frac{3}{4}$	Quarta				
$\frac{1}{5}$	17.ma	$\frac{2}{5}$	10.ma	$\frac{3}{5}$	Sexta maj.	$\frac{4}{5}$	ditonus		
$\frac{1}{6}$	19.a	$\frac{2}{6}$	12.ma	$\frac{4}{6}$	Octava	$\frac{4}{6}$	5.ta	$\frac{5}{6}$	3.a mi

Tau.ª II.

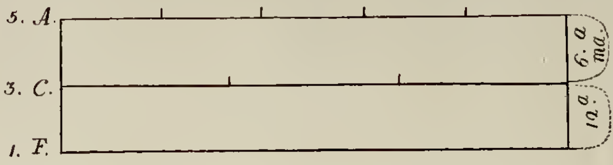


Cap. 4. art. 3.º

[illegible]

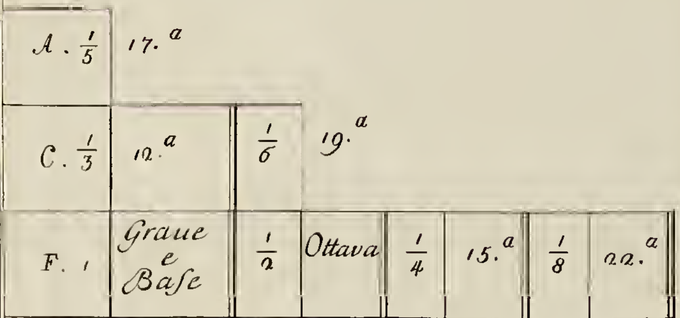
Tau.[a] III.

Cap. 4. art. 4.

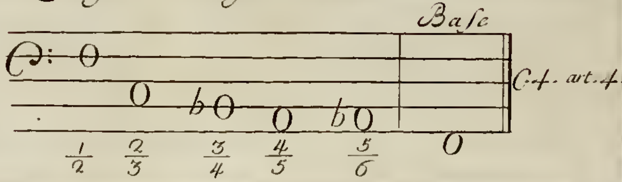


Tau.[a] IV.

Cap. 4. art. 4.

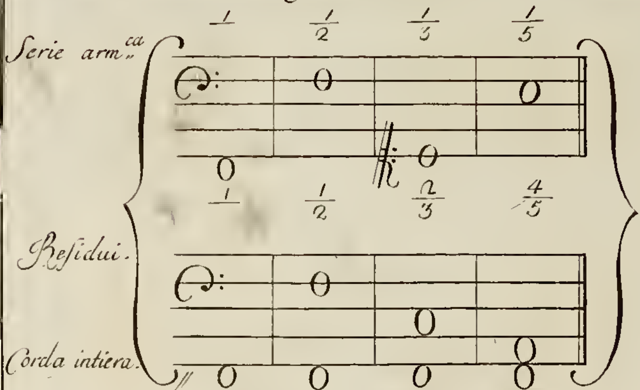


Residui dissonanti. Tau.a V.



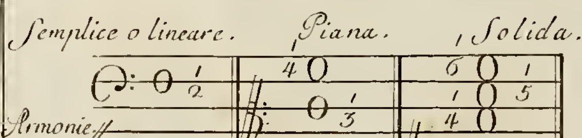
Tau.a VI.

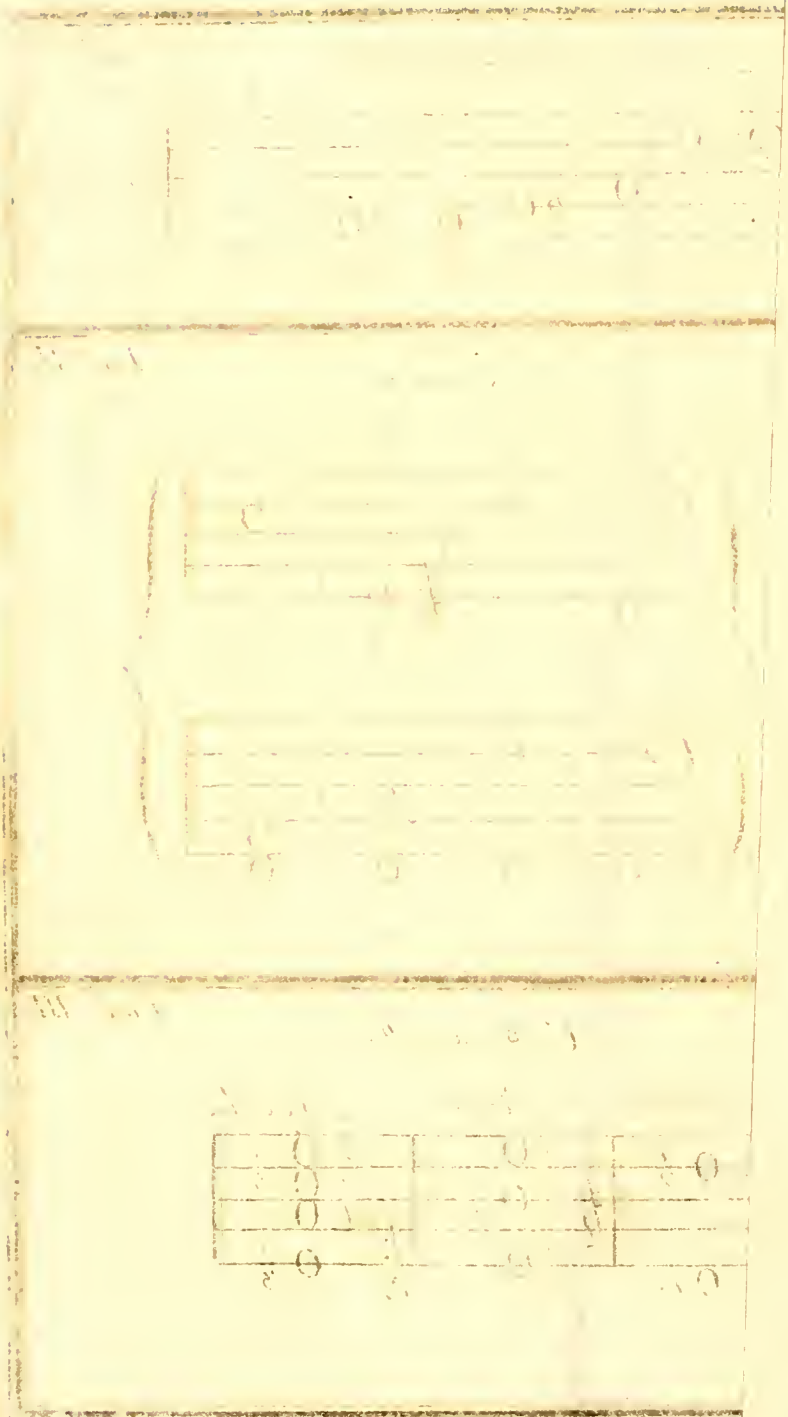
C.18. art.3.



Tau.a VII.

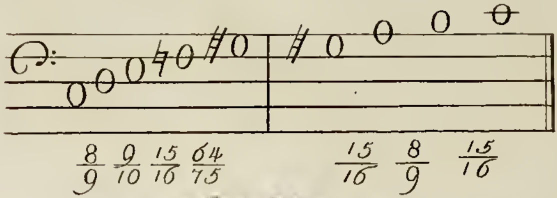
C.18. art.5.





Tau.a VIIII.

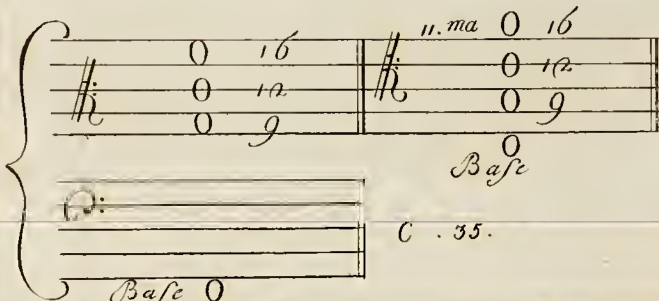
Quinta eccedente, Quarta diminuita,



Cap. 28.

Tau.a IX.

Nona riversata. Vndec.a nella p.a armonia.

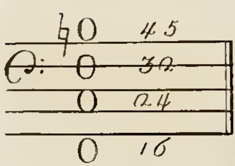


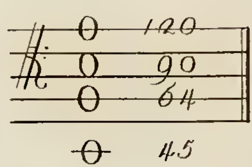
C. 35.

Tau.a X.

Tau.a XI.

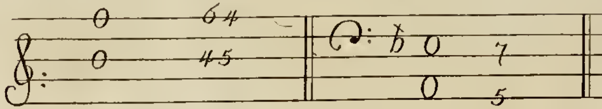
Vndec.a Magiore.





Cap. 35.

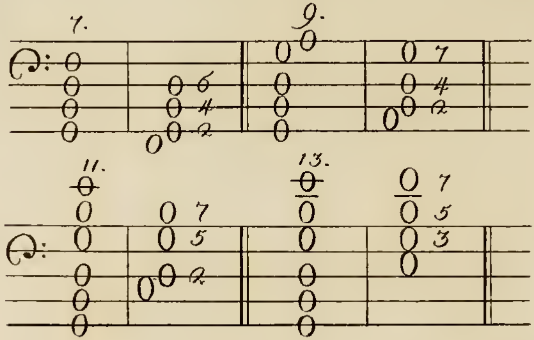
S.ta min.e diat.ca S.ta min.e arm.ca Tav.a XII.



$\frac{45}{64}$ ⊤ $\frac{5}{7}$ = $\frac{315}{320}$ (5) $\frac{63}{64}$ Cap. 39.

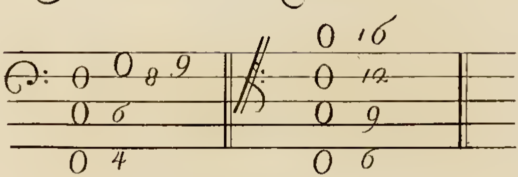
Tav.a XIII.

Cap. 39.



Tav.a XIIII.

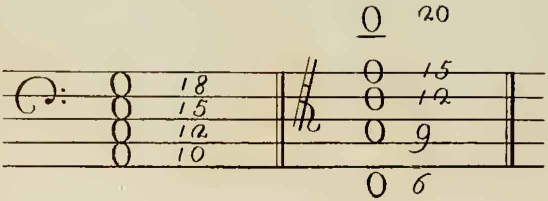
Nona. Undec.a



Cap. 42.

Tau.a XV.

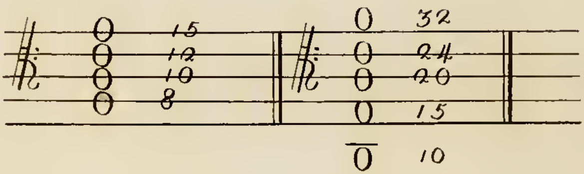
Settima min.e Terza d.ma mag.e



Cap. 42.

Tau.a XVI.

Settima mag.e Terza d.ma min.e



Cap. 42.